

Übungen zur Linearen Algebra I

– Blatt 12 –

Abgabetermin: Dienstag, 27.1.2009, 9.00 - 9.10 Uhr (vor der Vorlesung)

1. Aufgabe (4 Punkte) : Für welche Werte von $t \in \mathbb{R}$ ist die Lösungsmenge des Gleichungssystems $Ax = 0$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & t+2 & 1 \\ t & t+1 & -1 & 3 \\ -2 & t & -3 & t-2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ t^2+1 \end{pmatrix}$$

ein 2-dimensionaler Unterraum des \mathbb{R}^4 ? Geben Sie die Lösungsmenge von $Ax = b$ in diesen Fällen an. Für welche Werte von $t \in \mathbb{R}$ ist das Gleichungssystem $Ax = b$ nicht lösbar?

2. Aufgabe (3 Punkte) : Es seien V ein K -Vektorraum mit $\dim V = n$ und $f : V \times \cdots \times V \rightarrow K$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- i) f ist homogen und scherungsinvariant ;
- ii) f ist n -linear und alternierend .

3. Aufgabe (3 Punkte) : Zeigen Sie für $\sigma, \tau \in S_n$:

$$\text{sign}(\sigma \circ \tau) = \text{sign} \sigma \cdot \text{sign} \tau .$$

(Hinweis: Beachten Sie den Satz 4.5 der Vorlesung.)

4. Aufgabe (3 Punkte) : Es sei $A = (\alpha_{k\ell}) \in M(n, n)$ mit $\alpha_{k\ell} := \begin{cases} 0 & \text{für } k = \ell, \\ 1 & \text{für } k \neq \ell. \end{cases}$

Bestimmen Sie $\det A$.

(Hinweis: Man addiere zunächst zur 1-ten Zeile von A alle übrigen Zeilen.)

Hinweise zu Modulprüfungen:

- Der Termin für die Alternativklausur (Nachklausur) zur "Linearen Algebra I" ist der 24. März 2009. Die Klausur findet von 9.15 Uhr bis 11.45 Uhr im HS A des Hörsaalgebäudes der Chemie auf den Lahnbergen statt.
- Im modularisierten Lehramtsstudium Mathematik kann die mündliche Modulprüfung zur "Linearen Algebra" in der Zeit vom 6.4.09 bis 17.4.09 abgelegt werden. Eine verbindliche Anmeldung zur Prüfung erfolgt im Sekretariat Happel (Zi 6416, Ebene D6) und ist spätestens bis zum 3.4.09 erforderlich.