

## Übungen zu „Parallele und Verteilte Algorithmen“, Winter 2011/12

Nr. 6, Abgabe der Aufgaben: 30. November 2011 vor der Vorlesung

### Aufgaben

#### 6.1 Sortieren auf einem zweidimensionalen Gitter

6 Punkte

Auf einem  $n \times n$  Gitter wird zur Sortierung von  $n^2$  Zahlen in Schlangenlinien (siehe Skizze) folgender Algorithmus vorgeschlagen:

Führe in  $\log n$  Phasen durch:

- 1) Sortiere parallel alle Zeilen mit geradem Index  $\geq 0$  in aufsteigender Reihenfolge (d.h. kleinstes Element nach links), die Zeilen mit ungeradem Index in absteigender Reihenfolge.
- 2) Sortiere parallel alle Spalten, so dass die jeweils kleinsten Elemente oben stehen.

Führe danach Phase 1) ein weiteres mal durch.

13	11	1	9	⇒	1	9	11	13	⇒	1	4	2	0	⇒ ... ⇒	0	1	2	3
2	7	4	0		7	4	2	0		3	5	8	6		7	6	5	4
12	5	10	3		3	5	10	12		7	9	10	12		8	9	10	11
15	8	6	14		15	14	8	6		15	14	11	13		15	14	13	12

- (a) Benutzen Sie das 0-1-Prinzip, um die Korrektheit des Algorithmus zu zeigen. / 4  
Hinweis: Eine unreine Zeile sei eine Zeile, die sowohl Nullen als auch Einsen enthält. Zeigen Sie durch Betrachtung übereinanderliegender Zeilen, dass sich ab dem zweiten Durchlauf der Zählschleife die Anzahl der unreinen Zeilen in jeder Sortierphase halbiert.
- (b) Welcher Algorithmus wird sinnvollerweise zum Sortieren der Zeilen und Spalten verwendet? Berechnen Sie (asymptotisch) den Aufwand des gesamten Sortieralgorithmus und vergleichen Sie ihn mit der unteren Schranke für das Sortieren auf einem zweidimensionalen Gitter. / 2

#### 6.2 Skelett Eigenschaft

6 Punkte

Gegeben seien sortierte endliche Folgen ganzer Zahlen  $X, Y, X'$  und  $Y'$  mit  $X \propto X'$  und  $Y \propto Y'$ . Zeigen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen gilt:

- (a)  $X \& Y \propto X'$  und  $X \& Y \propto Y'$
- (b) Es gilt nicht, dass:  $X \& Y \propto X' \& Y'$ .
- (c) Zwischen je  $k$  aufeinanderfolgenden Elementen von  $X \& Y$  liegen höchstens  $2k + 2$  Elemente von  $X' \& Y'$ .
- (d)  $\frac{X \& Y}{4} \propto \frac{X' \& Y'}{4}$