Fachbereich Mathematik und Informatik
der Universität Marburg
Prof. Dr. W. Gromes

Sommersemester 2004

Übungen zur Mathematik II

— Blatt 3 —

Abgabe: Dienstag, 11.5.2004, 9 Uhr s.t., vor der Vorlesung.

Aufgabe 9 (3 Punkte). Konstruieren Sie Beispiele dafür, dass in der Gleitpunktarithmetik (mit fixer Länge der Mantisse in Normalform) die Assoziativgesetze und das Distributivgesetz nicht uneingeschränkt gelten. Dabei soll zur Herstellung der Normalform in üblicher Weise gerundet werden.

Aufgabe 10 (4 Punkte). Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+5x^2-2}{3x^3+2x+17}$,

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}\right) \quad (a \in \mathbb{R})$,

c) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{x^2-3x+2}$,

d) $\lim\limits_{x\to\infty} x-[x]$,

wobei $[x]$ die größte ganze Zahl unterhalb x ist, $[x] \in \mathbb{Z}$ mit $x-1 < [x] \le x$.

Aufgabe 11 (4 Punkte).

a) Zeigen Sie: Ist $a \ge 1$, $n \in \mathbb{N}$, so gilt

$a \le (1+n\,\varepsilon) \implies a^{\frac{1}{n}} \le 1+\varepsilon.$

b) Folgern Sie:

$\lim\limits_{n\to\infty} a^{\frac{1}{n}} = 1 \quad \forall\, a \in \mathbb{R},\ a \ge 0.$

Aufgabe 12 (mündlich). Zeigen Sie: Ist $b, b' \in \overline{\mathbb{R}}$, $b \ne b'$, so existieren Umgebungen U von b, V von b' mit $U \cap V = \emptyset$.

Folgern Sie: Existiert $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ in $\overline{\mathbb{R}}$, so ist der Grenzwert eindeutig.

Klausur:
Freitag, 16.7.2004, 11.15-13.45 Uhr, HG 4.