Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. W. Gromes

Wintersemester 2004/05

Übungen zur Mathematik III

– Blatt 13 –

Abgabe: Montag, 24.1.2005, 9 Uhr s.t.

Aufgabe 47 (3 Punkte). Zeigen Sie: Ist X eine Zufallsvariable mit Werten in $\mathbb{N}^*$, so gilt

$$\text{a) } EX = \sum_{n=1}^{\infty} P(X \geq n), \qquad \text{b) } E(X^2) = \sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)\, P(X \geq n).$$

Aufgabe 48 (6 Punkte). Beim Wurf zweier Würfel, eines schwarzen und eines roten, sei X das Ergebnis des roten, Y das Ergebnis des schwarzen und $Z = X+Y$ die Augensumme im Ergebnisraum Ω.

Berechnen Sie die Erwartungswerte und Varianzen von X, Y und Z und die Korrelationskoeffizienten ρ_{XY}, ρ_{XZ} und ρ_{YZ}.
Skizzieren Sie die Punkte $\big\{(X(\omega), Z(\omega)) \,\big|\, \omega \in \Omega\big\}$ in $\mathbb{R}^2$ sowie $\big\{(X(\omega), Y(\omega)) \,\big|\, \omega \in \Omega\big\}$.

Aufgabe 49 (mündlich). Ein Statistiker kauft jeden Morgen bei einem Bäcker 2 Brötchen, welche der Bäcker für ihn schon bereit legt. Aus fachlichem Interesse und einem angeborenen Misstrauen wiegt der Statistiker zu Hause die Brötchen nach und teilt dem Bäcker nach einigen Wochen mit: “60% ihrer Brötchen sind zu leicht”.

Der Bäcker gelobt Abhilfe, und tatsächlich sind danach die Brötchen des Statistikers stets über dem Sollgewicht. Nach einigen Wochen stellt der Statistiker dennoch die Behauptung auf: “60% ihrer Brötchen sind immer noch zu leicht”.

Wie kommt er zu dieser Behauptung?

Aufgabe 50 (3 Punkte). Ein Geiger-Zählrohr Z und eine radioaktive Quelle Q seien so postiert, dass ein Teilchen, das von Q emittiert wird, von Z mit Wahrscheinlichkeit 10^{-4} registriert wird. Während der Beobachtungszeit emittiert Q 30 0000 Teilchen. Berechnen Sie approximativ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) Z kein Teilchen registriert;

b) Z mehr als zwei Teilchen registriert.