Zettel zur Klausurvorbereitung

Keine Abgabe!

1. Gegeben sei die Wertetabelle $\boxed{3}$

x_i	-1	0	1	3
y_i	2	3	0	6

zur Polynominterpolation mit $n = 3$. Bestimmen Sie zu diesen Daten

a) die Darstellung des Interpolationspolynoms in der Newton Form und daraus dessen Funktionswert an der Stelle $x = 2$.

b) den Funktionswert in $x = 2$ mit dem Neville-Algorithmus.

2. Das Gleichungssystem $Ax = r$ mit Tridiagonalmatrix $\boxed{4}$

$$A := \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & & & 0 \\ c_2 & a_2 & b_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & c_{n-1} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ 0 & & & c_n & a_n \end{pmatrix},$$

bei der $b_i \neq 0$ gilt, kann auch nach folgendem Verfahren gelöst werden : Bei zwei Vektoren $x^{(0)}, x^{(1)} \in \mathbb{R}^n$ setzt man $x_1^{(0)} := 0, x_1^{(1)} := 1$ und bestimmt die restlichen Komponenten aus den ersten $n-1$ Gleichungen der Systeme $Ax^{(i)} = r, i = 0, 1$. Dann gilt für die Lösung x von $Ax = r$ die Beziehung $x = \alpha_0 x^{(0)} + \alpha_1 x^{(1)}$ und die Konstanten α_i können aus der letzten Gleichung

$$c_n x_{n-1} + a_n x_n = r_n$$

bestimmt werden. Bestimmen Sie den Rechenaufwand für dieses Lösungsverfahren.

3. Das folgende Iterationsverfahren im $\mathbb{R}^2$ mit $r, x^{(0)} \in \mathbb{R}^2$, $\boxed{3}$

$$x^{(k+1)} := (1-\omega)x^{(k)} + \omega[Bx^{(k)} + r],\ k = 0, 1, \ldots, \quad B := \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$$

sei konvergent für $\omega = 1$ und beliebige Startwerte. Berechnen Sie den optimalen Relaxationsparameter.