

Übungen zur Funktionentheorie I

– Blatt 6 –

Abgabe: Dienstag, den 04.06.2013, 12:00 – 12:10 Uhr, HS IV

Aufgabe 6.1. (10 Punkte)

- (i) Zeige: Sind $\ell_1 : G \rightarrow \mathbb{C}$ und $\ell_2 : G \rightarrow \mathbb{C}$ zwei Logarithmusfunktionen auf einem Gebiet $G \subset \mathbb{C}$ mit $0 \notin G$, dann ist die Funktion $\ell_1 - \ell_2$ konstant.
- (ii) Entwickle den Hauptzweig des Logarithmus $\log : \mathbb{C}^- \rightarrow \mathbb{C}$ um jeden Punkt $p \in \mathbb{C}^-$ in eine konvergente Potenzreihe und diskutiere speziell im Punkt $i - 1$ die Beziehung zwischen der Grenzfunktion der Potenzreihe auf ihrem Konvergenzkreis und dem Hauptzweig des Logarithmus.

Hinweis: Konstruiere mit der geometrischen Reihe lokal um die Punkte $p \in \mathbb{C}^-$ Stammfunktionen von $z \mapsto \frac{1}{z}$ und vergleiche diese mit \log .

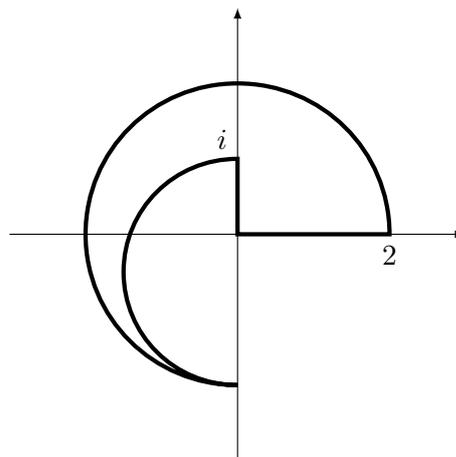
Aufgabe 6.2. (10 Punkte)

- (i) Skizziere die folgende Kurve

$$\gamma : [0, \pi] \longrightarrow \mathbb{C}, \quad t \longmapsto \cos(3t) \exp(it)$$

und notiere die Überlegungen, die dich zu deiner Skizze führen.

- (ii) Gib eine Parametrisierung der folgenden geschlossenen Kurve an, beginnend in 0 und in positiver Drehrichtung (gegen den Uhrzeigersinn) durchlaufend.



Aufgabe 6.3. (10 Punkte)

Sei γ_1 bzw. γ_2 der Weg von i nach $-i$ entlang der Einheitskreislinie mit positiver bzw. negativer Drehrichtung. Berechne die Integrale

$$\int_{\gamma_1} \operatorname{Im}(z) dz \quad \text{und} \quad \int_{\gamma_2} \operatorname{Im}(z) dz.$$