Fachbereich Mathematik und Informatik
der Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. F. W. Knöller
Dr. M. Stemmler

Wintersemester 2010/2011

Übungen zur Mathematik I

– Blatt 10 –

Abgabe: Freitag, den 28.01.2011, 10:10 Uhr, HG 4

Die mit einem $*$ gekennzeichneten Aufgaben sind mündlich vorzubereiten.

10.1.*

Wahr oder falsch?

Sei $\alpha : V \to V$ ein Endomorphismus eines endlich-dimensionalen Vektorraums.

a) $\operatorname{sp}(\alpha) \neq 0 \Longrightarrow \alpha$ Isomorphismus.

b) $\operatorname{sp}(\alpha) = 0 \Longrightarrow \operatorname{kern}(\alpha) \neq 0$.

c) Jede lineare Abbildung ist diagonalisierbar.

d) Ist α diagonalisierbar, so ist

$$\operatorname{sp}(\alpha) = \sum \nu_{\text{geom}}(\lambda)\lambda,$$

wobei über alle Eigenwerte λ von α summiert wird.

10.2.

Diagonalisiere die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -4 \end{pmatrix},$$

d. h. gib eine invertierbare 3×3-Matrix P an, so dass PAP^{-1} Diagonalgestalt hat.

10.3.

Sei $\mathbb{P}_n$ der Vektorraum der Polynome vom Grad $\leqslant n$ mit reellen Koeffizienten und

$$D^2 : \mathbb{P}_n \longrightarrow \mathbb{P}_n, \quad f \longmapsto D^2(f) = f''$$

die zweite Ableitung.

Bestimme die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren von D^2.

10.4.

Zerlege das Polynom

$$x^2 + x + 1$$

in Linearfaktoren (mit komplexen Koeffizienten).