Fachbereich Mathematik und Informatik
der Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. F. W. Knöller
Dipl.-Math. T. Geiger

Wintersemester 2010/2011

Übungen zur Mathematik I

– Blatt 12 (Bonusblatt[1]) –

Abgabe: Freitag, den 11.02.2011, 10:10 Uhr, HG 4

Die mit einem $*$ gekennzeichneten Aufgaben sind mündlich vorzubereiten.

12.1.***

Welche der Abbildungen sind Skalarprodukte auf den jeweiligen Vektorräumen?

a) $\mathbb{C} \times \mathbb{C} \to \mathbb{R}, (z, w) \mapsto \operatorname{Re} z\overline{w}$ auf dem $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{C}$.

b) $\mathbb{R}^{2\times 2} \times \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}, (A, B) \mapsto \operatorname{sp}(AB)$ auf $\mathbb{R}^{2\times 2}$.

c) $\mathbb{R}^{2\times 2} \times \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}, (A, B) \mapsto \operatorname{sp}(A\,{}^tB)$ auf $\mathbb{R}^{2\times 2}$.

12.2.

Sei $W \subset \mathbb{R}^3$ der von den Vektoren $(1, 1, 0)$ und $(1, 2, 3)$ aufgespannte Untervektorraum, d.h.

$$W = \operatorname{span}\{(1, 1, 0), (1, 2, 3)\}.$$

Bestimme bezüglich des euklidischen Skalarproduktes das orthogonale Komplement $W^\perp$ zu W.

12.3.

Bestimme den Winkel $\measuredangle(x, y)$ zwischen den Vektoren

$$x := (1, 1, \sqrt{2}) \quad \text{und} \quad y := (1, 0, \sqrt{2})$$

des $\mathbb{R}^3$ bezüglich des euklidischen Skalarproduktes.

12.4.

Es sei $\mathbb{P}_2$ der $\mathbb{R}$-Vektorraum der reellen Polynome vom Grad $\leqslant 2$. Konstruiere aus der Basis $\{1, t, t^2\}$ eine Orthonormalbasis bezüglich des Skalarproduktes

$$(p \,|\, q) := \int_0^1 p(t)q(t)\,dt$$

des $\mathbb{P}_2$, und stelle den Vektor $1 + t + t^2 \in \mathbb{P}_2$ in dieser Basis dar.
Zur Erinnerung:

$$\int_a^b \left(\sum_{k=0}^n c_k t^k \right) dt = \sum_{k=0}^n c_k \frac{b^{k+1}}{k+1} - \sum_{k=0}^n c_k \frac{a^{k+1}}{k+1}$$

[1]Die auf diesem Übungsblatt erreichten Punkte zählen zum Haben, aber nicht zum Soll.