

Übungen zur Mathematik I

– Blatt 4 –

Abgabe: Freitag, den 19.11.2010, 10:10 Uhr, HG 4

Die mit einem * gekennzeichneten Aufgaben sind mündlich vorzubereiten.

4.1.*

Gib die Gruppentafeln für die Addition und Multiplikation in $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ an.

4.2.

Multipliziere

$$(a + b)^p$$

aus in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ für $p = 2, 3, 5$.

(*Hinweis:* Multipliziere zunächst in $\mathbb{R}$ aus und schaue Dir die auftretenden Koeffizienten genau an!)

Wie könnte ein allgemeines Gesetz lauten? Kannst Du es evtl. beweisen? Erwähne Dich an das Pascalsche Dreieck, das Du sicher in der Schule kennengelernt hast.

4.3.

Löse das homogene lineare Gleichungssystem

$$A \cdot x = 0, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

in $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^3$ bzw. $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^3$.

4.4.

Sei $0 \neq A \in \mathbb{F}^{1 \times n}$ eine $1 \times n$ -Matrix mit Koeffizienten in dem Körper $\mathbb{F}$. Zeige: Das homogene Gleichungssystem $A \cdot x = 0$ hat $(n - 1)$ linear unabhängige Lösungen in $\mathbb{F}^n$.