

1. Übungsblatt zur Algebra

Abgabe: Do, 27.10.2011, bis 17 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Im folgenden werden Verknüpfungen \circ auf \mathbb{N} definiert. Untersuchen Sie diese auf Assoziativität, Kommutativität und Existenz von neutralen Elementen.

(a) $m \circ n = m^n$

(b) $m \circ n = m + n + mn$

(c) $m \circ n = \text{ggT}(m, n)$

2. Sei G eine endliche abelsche Gruppe mit dem neutralen Element e . Zeigen Sie

$$\prod_{g \in G} g^2 = e.$$

3. Geben Sie für sämtliche Gruppen mit 4 Elementen die Gruppentafeln an.
4. Sudoku für Mathematiker: Sei $G = \{a, b, c, x, y, z\}$ eine Menge mit 6 Elementen. Sei \cdot eine Verknüpfung auf G . Vervollständigen Sie die folgende Tafel so, daß sie zur Verknüpfungstafel einer Gruppe (G, \cdot) wird.

| \cdot | a | b | c | x | y | z |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| a | | | | | c | b |
| b | | x | z | | | |
| c | | y | | | | |
| x | | | | x | | |
| y | | | | | | |
| z | | a | | | x | |