

5. Übungsblatt zur Algebra

Abgabe: Do, 24.11.2011, bis 17 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Die Gruppe G operiere auf der Menge X . Für $x \in X$ seien $\text{Stab}(x)$ der Stabilisator von x und $B(x)$ die Bahn von x . Zeigen Sie:

$$\text{Stab}(x) \triangleleft G \iff \forall y \in B(x) \text{ gilt } \text{Stab}(y) = \text{Stab}(x)$$

2. Bestimmen Sie sämtliche p -Sylowgruppen von \mathcal{S}_4 .

3. Sei p eine Primzahl. Zeigen Sie:

(i) Jede p -Gruppe G hat ein nichttriviales Zentrum $Z(G)$.

Anleitung: Lassen Sie G durch Konjugation auf sich selbst operieren.

(ii) Jede Gruppe G der Ordnung p^2 ist abelsch.

Anleitung: Verwenden Sie Aufgabe 1 von Blatt 4.

4. Sei G eine Gruppe der Ordnung 200. Zeigen Sie: G besitzt einen abelschen Normalteiler.

(Die Behauptung von Aufgabe 3 (ii) darf im Beweis verwendet werden.)