

## 1. Übungsblatt zur Algebra

Abgabe: Do, 23.10.2008, bis 18 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Sei  $(G, \cdot)$  eine Halbgruppe. Zeigen Sie:  
 $G$  ist eine Gruppe genau dann, wenn gilt: Für alle Elemente  $a \in G$  sind die Linkstranslation  $l_a$  und die Rechtstranslation  $r_a$  surjektiv.
2. Bestimmen Sie alle möglichen Gruppentafeln für eine Gruppe mit  $\leq 4$  Elementen.
3. Bestimmen Sie sämtliche Untergruppen von  $(\mathbb{Z}, +)$ .
4. Sei  $GL(2; \mathbb{C})$  die Gruppe der invertierbaren  $2 \times 2$ -Matrizen mit Einträgen in  $\mathbb{C}$ . Bestimmen Sie den Durchschnitt aller Untergruppen von  $GL(2; \mathbb{C})$ , welche

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad K = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

enthalten.