

1. Übungsblatt zur Algebra II - Galoistheorie

Abgabe: Do, 21.04.2011, bis 18 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Bestimmen Sie die Menge der Paare $(a, b) \in \mathbb{Q}^2$, so daß die Polynome $P(X) = X^2 + a$ und $Q(X) = X^2 + b$ denselben Zerfällungskörper in \mathbb{C} haben.

In welchen Fällen ist \mathbb{Q} der Zerfällungskörper?

2. Bestimmen Sie für die folgenden Polynome in $\mathbb{Q}[X]$ jeweils den Zerfällungskörper F in \mathbb{C} sowie den Grad $[F : \mathbb{Q}]$:

a) $X^2 - 3$

b) $X^4 - 7$

c) $X^4 - 2X^2 - 2$

d) $X^4 + 1$.

3. Geben Sie Wurzeln $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{C}$ des Polynoms $X^4 - 2 \in \mathbb{Q}[X]$ an, so daß $\mathbb{Q}(\alpha_1, \alpha_2)$ und $\mathbb{Q}(\alpha_1, \alpha_3)$ nicht isomorph sind.

4. Sei \mathbb{F}_2 der Körper mit zwei Elementen.

a) Zeigen Sie: $f(X) = X^2 + X + 1$ ist irreduzibel über \mathbb{F}_2 .

b) Konstruieren Sie einen Zerfällungskörper L von $f(X)$ über \mathbb{F}_2 . Wie viele Elemente enthält L ?