

2. Übungsblatt zur Algebra II

Abgabe: Do, 28.04.2011, bis 18 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Sei K ein Körper der Charakteristik $p > 0$. Sei E eine endliche Erweiterung von K mit $p \nmid [E : K]$.

Zeigen Sie: E/K ist eine separable Erweiterung.

2. Sei E der Zerfällungskörper des Polynoms $X^3 - 2 \in \mathbb{Q}[X]$. Bestimmen Sie ein primitives Element α für die Körpererweiterung E/\mathbb{Q} .

3. Sei K ein Körper der Charakteristik $p > 0$.

Sei $F = K(X, Y)$ der Körper der rationalen Funktionen in den unabhängigen Unbestimmten X, Y über K . Sei $E = K(X^p, Y^p) \subset F$. Zeigen Sie:

- (i) $[F : E] = p^2$.
 - (ii) Für alle $\alpha \in F$ gilt $\alpha^p \in E$.
 - (iii) Die Erweiterung F/E besitzt kein primitives Element.
4. Sei K ein Körper der Charakteristik 2. Seien α_1 und α_2 Elemente in K , so daß die Polynome

$$f_1(X) = X^2 + \alpha_1, \quad f_2(X) = X^2 + X + \alpha_2$$

in $K[X]$ irreduzibel seien.

Für $i = 1, 2$ sei E_i der Zerfällungskörper von f_i über K .

Zeigen Sie: Es gibt keinen K -Isomorphismus von E_1 auf E_2 .