

12. Übungsblatt zur Algebra II

Abgabe: Do, 07.07.2011, bis 18 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. In der Gaußschen Zahlenebene liege die Parabel

$$P := \{x + iy \mid x, y \in \mathbb{R}, y = x^2\}$$

”gezeichnet” vor. Zusätzlich zu den Operationen (i),(ii),(iii) aus §29 der Vorlesung mögen die folgenden beiden Operationen zu konstruierbaren Punkten führen:

- (iv) Schnitt einer bereits konstruierten Geraden mit P ,
- (v) Schnitt eines bereits konstruierten Kreises mit P .

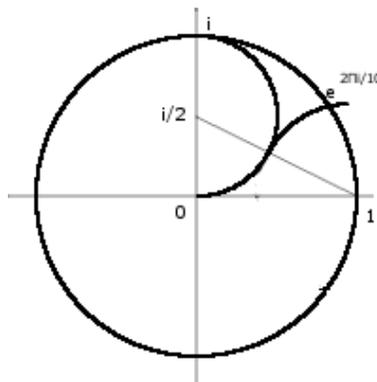
Zeigen Sie: Ist $r \in \mathbb{R}$ eine bereits konstruierte reelle Zahl, so ist mit den Operationen (i),(ii),(iii),(iv),(v) auch $\sqrt[3]{r}$ konstruierbar.

Anleitung: Betrachten Sie den Kreis mit Radius c und den Punkt mit den Koordinaten (a, b) , also

$$K_c(a, b) = \{(x, y) \mid (x - a)^2 + (y - b)^2 = c^2\},$$

wählen Sie $a, b, c \in \mathbb{R}$ passend und bringen Sie $K_c(a, b)$ mit P zum Schnitt.

2. Kann man den Winkel $\frac{\pi}{3}$ mit Zirkel und Lineal in 5 gleiche Teile unterteilen?
3. Verifizieren Sie, daß die folgende Skizze eine Konstruktion des regelmäßigen 10-Ecks (und damit auch des regelmäßigen 5-Ecks) liefert:



- 4.(i) Bestimmen Sie ein primitives Element ϑ der Erweiterung $\mathbb{Q}(i, \sqrt{3}) / \mathbb{Q}$ und das Minimalpolynom von ϑ über \mathbb{Q} .
- (ii) Bestimmen Sie die Menge aller \mathbb{Q} -Einbettungen von $\mathbb{Q}(i, \sqrt{3})$ in \mathbb{C} . Was kann über diese Menge gesagt werden?