

### 1. Übungsblatt zur Vorlesung "Lineare Algebra I"

Abgabe: Do, 25.10.2007, bis 18 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Überführen Sie die nachfolgenden Matrizen mit elementaren Zeilenumformungen

in die Gestalt  $\left( \begin{array}{cc|c} 1 & * & \\ & \ddots & * \\ 0 & 1 & \\ \hline 0 & & 0 \end{array} \right).$

a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 6 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix},$  b)  $\begin{pmatrix} -4 & 14 & 10 & -4 \\ -2 & 6 & 3 & -3 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

2. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

a) 
$$\begin{array}{rcl} x_1 & - & 2x_2 & = & 1 \\ -2x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & = & -8 \\ -5x_1 & + & x_2 & + & 7x_3 & = & -28 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{rcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 6 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & = & 10 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & & & = & 6 \end{array}$$

c) 
$$\begin{array}{rcl} & - & x_2 & - & 2x_3 & - & 3x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & + & 4x_4 & = & 7 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 7x_3 & + & 9x_4 & = & 4 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 7x_3 & + & 7x_4 & = & 6 \end{array}$$

3. Überprüfen Sie, ob die folgenden Übergänge sich durch elementare Zeilenumformungen durchführen lassen.

a)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$  b)  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

bitte wenden!

4. Es sei das folgende lineare Gleichungssystem gegeben:

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 & & = y_1 \\ & x_2 + x_3 & = y_2 \\ x_1 + x_2 & & = y_3 \end{array}$$

- a) Lösen Sie dieses für  $(y_1, y_2, y_3) = (1, 0, 0)$ ,  $(y_1, y_2, y_3) = (0, 1, 0)$  und  $(y_1, y_2, y_3) = (0, 0, 1)$ .
- b) Bestimmen Sie mit Teilaufgabe a) die Lösungsmenge für beliebige Werte  $y_1, y_2, y_3 \in \mathbb{R}$ .