Wintersemester 2007/08

3. Übungsblatt zur Vorlesung "Lineare Algebra I"

Abgabe: Do, 08.11.2007, bis 18 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. V sei ein Vektorraum über dem Körper K und U eine Teilmenge von V.

   Zeigen Sie Folgerung 2.10:

   U ist genau dann ein Unterraum von V, wenn U nichtleer und bei den linearen Operationen abgeschlossen ist.

2. Bestimmen Sie sämtliche Unterräume des $\mathbb{R}$-Vektorraums $\mathbb{R}^2$.

3. Bestimmen Sie für die folgenden Mengen von Vektoren in $\mathbb{R}^3$ bzw. $\mathbb{R}^4$ jeweils maximale linear unabhängige Teilmengen.

   a)
   $$M_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

   b)
   $$M_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

4. Seien V ein Vektorraum über dem Körper K und U_1, U_2 Unterräume von V. Beweisen Sie:

   $U_1 \cup U_2$ ist genau dann ein Unterraum von V, wenn $U_1 \subseteq U_2$ oder $U_2 \subseteq U_1$ gilt.

Die Klausur findet voraussichtlich am 01.02.2008 von 09:30-12:00 Uhr im Audimax statt.