

11. Übungsblatt zur Vorlesung "Lineare Algebra II"

Abgabe: Do, 19.06.2008, bis 18 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Sei K ein Körper. Seien N_1 und N_2 nilpotente Matrizen in $\mathfrak{M}(6; K)$. N_1 und N_2 mögen dasselbe Minimalpolynom und denselben Rang haben.

(a) Zeigen Sie: N_1 und N_2 sind ähnlich.

(b) Ist die Behauptung auch für N_1 und N_2 in $\mathfrak{M}(7; K)$ richtig?

2. Sei $A \in \mathfrak{M}(5; \mathbb{C})$ eine Matrix mit dem charakteristischen Polynom

$$\chi_A(X) = (X - 2)^3(X + 7)^2$$

und mit dem Minimalpolynom

$$\mu_A(X) = (X - 2)^2(X + 7).$$

Bestimmen Sie die Jordansche Normalform von A (mit Begründung).

3. Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -4 & -4 \end{pmatrix} \in \mathfrak{M}(6; \mathbb{C}).$$

- (a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(X)$ von A .
 (b) Bestimmen Sie das Minimalpolynom $\mu_A(X)$ von A .
 (c) Bestimmen Sie die Jordansche Normalform J_A von A .
 (d) Geben Sie eine Matrix $S \in \text{GL}(6; \mathbb{C})$ an, so daß gilt $S^{-1}AS = J_A$.