

Aufgaben zum Mathematik-Propädeutikum

WiSe 2020, Teil 1

Im zugehörigen Lehrvideo gibt es zwei Sorten von Aufgaben: Kleinere Aufgaben, für die Sie das Video anhalten sollen, und die dann im Video gelöst werden – und andererseits größere Aufgaben, die etwas mehr Nachdenken und Rechnen erfordern. Bitte lösen Sie die kleineren Aufgaben, wenn Sie das Video sehen. Am Ende des Videos können Sie über die Knobelaufgaben nachdenken.

Kleinere Aufgaben

Definition: Eine natürliche Zahl $p > 1$ heißt Primzahl, falls p nur von 1 und p geteilt wird:

$$a \mid p \quad \Rightarrow \quad a = p \text{ oder } a = 1.$$

Minute 11:40: Gegeben sei eine (endliche) Liste an Primzahlen. Wenn man alle Primzahlen der Liste multipliziert und 1 addiert, enthält die Primfaktorzerlegung des Resultats dann immer eine Primzahl, die nicht in der Liste enthalten ist? Warum?

Definition: Eine Primzahl p heißt Sophie-Germain-Primzahl, wenn auch $2p + 1$ prim ist. Die Zahl $2p + 1$ wiederum heißt dann sichere Primzahl.

Minute 42:34: Welches sind die kleinsten sicheren Primzahlen? Zum Beispiel alle sicheren Primzahlen kleiner 100?

Minute 44:11 Ist das angedeutete Muster in den sicheren Primzahlen echt? Erhält man immer wieder eine weitere (sichere) Primzahl?

Aufgaben zum Knobeln und Ausarbeiten

- (1.1) Wieso funktioniert das Sieb des Eratosthenes, und wie kann man es verbessern/beschleunigen?
- (1.2) Wieviele Primzahlen mit 100 Stellen gibt es ungefähr? Wieviele SD-Karten (in Kilogramm, Tonnen oder anderer geeigneter Einheit) bräuchte man zu ihrer Speicherung bei 160 TB/kg?
- (1.3) Wieviele *sichere* Primzahlen mit 100 Stellen gibt es ungefähr?