

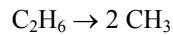
Grundlagen der Mathematik für Biologen

- Blatt 7 -

Abgabe: Montag, den 02.12.2013, vor der Vorlesung, spätestens 14:05 Uhr

Themen: Chemische Reaktionen n-ter Ordnung, Michaelis-Menten-Kinetik

1. Bei konstant 700°C lässt sich für die Reaktion



folgende Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit v von der Konzentration $[\text{C}_2\text{H}_6]$ beobachten:

$[\text{C}_2\text{H}_6]$ $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$	0,110	0,074	0,049	0,031
v $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}\cdot\text{min}^{-1}]$	0,0036	0,0024	0,0016	0,0010

a) Visualisieren Sie die Daten (freie Variable auf die waagerechte Achse!) und verbinden Sie die Punkte durch eine geeignete Funktionskurve. (1)

b) Welche Ordnung hat die Reaktion? Bestimmen Sie ihre Geschwindigkeitskonstante k (5 Nachkommastellen, mit Einheit) bei 700°C mit Linearer Regression. (3)

2. **Ionentransport:** Sogenannte Carrier-Proteine beschleunigen vielfach den Transport kleiner, wasserlöslicher Moleküle durch Membranen (**passiver Transport, Osmose**) oder ermöglichen unter Energieverbrauch den Transport gegen ein Transportgefälle und/oder ein elektrisches Gefälle bergauf (**aktiver Transport**).

Die **Transportrate** J $[\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}]$ hängt bei diesen proteingestützten Transporten meist wie folgt von der Konzentration c $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$ des zu transportierenden Stoffes ab:

$$J = \frac{k \cdot c}{K_m + c} [\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}],$$

wobei k $[\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}]$ und K_m $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$ prozessspezifische positive Konstanten sind.

a) Zeigen Sie mittels der Ableitung, dass J ist eine streng monoton wachsende Funktion von c ist, d.h. je höher die Stoffkonzentration, umso höher die Transportrate. (2)

b) Zeigen Sie: Es gilt stets $J < k$, aber für $c \rightarrow \infty$ gilt $J \rightarrow k$ (Hinweis: Bruch durch c kürzen). Da ein solcher Prozess also höchstens mit Transportrate $\approx k$ ablaufen kann, heißt er **sättigbar**. Schreibweise: $k = J_{\max}$. (2)

3. Das Substrat 4-Nitrophenylphosphat (= S) wird durch das Enzym saure Phosphatase zu Alkohol und freiem anorganischen Phosphat gespalten. Experimentell wurden folgende Daten bestimmt:

$[\text{S}]$ $[10^{-3} \text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$	1,00	0,67	0,44	0,20	0,09	0,06	0,00
v $[10^{-9} \text{mol}\cdot\text{l}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	81,86	70,58	61,76	43,58	25,01	18,29	0,00

a) Skizzieren Sie den Graphen von v als Funktion von $[\text{S}]$. (1)

b) Berechnen Sie die Kehrwerte $[\text{S}]^{-1}$ und v^{-1} (3 Nachkommastellen) und bestätigen Sie durch graphischen Test, dass es sich um eine ungehemmte Michaelis-Menten-Reaktion handelt. (2)

c) Bestimmen Sie die Konstanten in der Formel $v^{-1} = A + B \cdot [\text{S}]^{-1}$ mit Linearer Regression (Teilergebnisse mit 3, A und B mit 4 Nachkommastellen) und berechnen Sie daraus v_{\max} und die Michaeliskonstante K_m (mit Einheiten) in der Formel

$$v = \frac{v_{\max} \cdot [\text{S}]}{[\text{S}] + K_m} \quad (5)$$

Bedingungen für den Erwerb des Übungsscheines:

- Auf mindestens 11 Übungsblätter jeweils mindestens 6 Punkte erhalten, sowie insgesamt mindestens 100 Punkte. Es sind 13 Übungsblätter mit jeweils mindestens 15 Punkten geplant, insgesamt mindestens 200 Punkte.
- Bestehen einer Klausur.

Klausurtermine:

1. Termin: Mo, 24.02.2014, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A + B
2. Termin: Do, 10.04.2014, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A

Transportprozesse in der Zellphysiologie

(aus: S. Silbernagl und A. Despopoulos, Taschenatlas der Physiologie, Thieme)

Ein fundamentaler Transportprozess ist die Diffusion eines Stoffes. Ein gerichteter Transport kann dabei nur dann ablaufen, wenn der Stoff am Ausgangsort höher konzentriert ist als am Zielort, d.h. wenn ein Konzentrationsgefälle besteht. Man spricht dann von **passivem Transport** oder Transport „bergab“.

Müssen Stoffe im Organismus gegen ein Konzentrationsgefälle und/oder gegen ein elektrisches Gefälle (Potential) „bergauf“ transportiert werden, sind aktive, Energie benötigende Transportmechanismen erforderlich. Ein beträchtlicher Teil der durch Nahrung zugeführten chemischen Energie wird in universell verwendbare, energiereiche Verbindungen, z.B. ATPasen, umgewandelt und für den aktiven Transport verbraucht.

Wird die Energie der ATP-Hydrolyse direkt für den Transport- oder „Pump“-Mechanismus verwendet, spricht man von **primär-aktivem Transport**. Die Na^+ -, K^+ -, Ca^{2+} - und die H^+ -ATPase sind Beispiele dafür. Sie transportieren Na^+ und K^+ , Ca^{2+} bzw. H^+ bergauf. Von **sekundär-aktivem Transport** spricht man, wenn der Bergauf-Transport eines Stoffes (z.B. Glukose) mittels des Carriers an den passiven Transport eines Ions (z.B. Na^+) gekoppelt ist.

Beispiele für primär- oder sekundär-aktive Transportvorgänge sind der Na^+ -, Glukose- und Aminosäuretransport aus dem Nierentubulus, die Aufnahme dieser Stoffe aus dem Darm, die Sekretion von Magensäure, der Na^+ -Transport an der Nervenmembran u.a.

Aktive Transportmechanismen sind grundsätzlich sättigbar, d.h. sie **bewältigen nur eine bestimmte maximale Transportrate**. Diese errechnet sich in den meisten Fällen nach der ungehemmten Michaelis-Menten-Kinetik (vgl. Aufg. 2 oben).

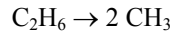
Grundlagen der Mathematik für Biologen

- Blatt 7 -

Abgabe: Montag, den 02.12.2013, vor der Vorlesung, spätestens 14:05 Uhr

Themen: Chemische Reaktionen n-ter Ordnung, Michaelis-Menten-Kinetik

1. Bei konstant 700°C lässt sich für die Reaktion



folgende Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit v von der Konzentration $[\text{C}_2\text{H}_6]$ beobachten:

$[\text{C}_2\text{H}_6]$ $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$	0,110	0,074	0,049	0,031
v $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}\cdot\text{min}^{-1}]$	0,0036	0,0024	0,0016	0,0010

a) Visualisieren Sie die Daten (freie Variable auf die waagerechte Achse!) und verbinden Sie die Punkte durch eine geeignete Funktionskurve. (1)

b) Welche Ordnung hat die Reaktion? Bestimmen Sie ihre Geschwindigkeitskonstante k (5 Nachkommastellen, mit Einheit) bei 700°C mit Linearer Regression. (3)

2. **Ionentransport:** Sogenannte Carrier-Proteine beschleunigen vielfach den Transport kleiner, wasserlöslicher Moleküle durch Membranen (**passiver Transport, Osmose**) oder ermöglichen unter Energieverbrauch den Transport gegen ein Transportgefälle und/oder ein elektrisches Gefälle bergauf (**aktiver Transport**).

Die **Transportrate** J $[\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}]$ hängt bei diesen proteingestützten Transporten meist wie folgt von der Konzentration c $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$ des zu transportierenden Stoffes ab:

$$J = \frac{k \cdot c}{K_m + c} [\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}],$$

wobei k $[\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}]$ und K_m $[\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$ prozessspezifische positive Konstanten sind.

a) Zeigen Sie mittels der Ableitung, dass J ist eine streng monoton wachsende Funktion von c ist, d.h. je höher die Stoffkonzentration, umso höher die Transportrate. (2)

b) Zeigen Sie: Es gilt stets $J < k$, aber für $c \rightarrow \infty$ gilt $J \rightarrow k$ (Hinweis: Bruch durch c kürzen). Da ein solcher Prozess also höchstens mit Transportrate $\approx k$ ablaufen kann, heißt er **sättigbar**. Schreibweise: $k = J_{\max}$. (2)

3. Das Substrat 4-Nitrophenylphosphat (= S) wird durch das Enzym saure Phosphatase zu Alkohol und freiem anorganischen Phosphat gespalten. Experimentell wurden folgende Daten bestimmt:

$[\text{S}]$ $[10^{-3} \text{mol}\cdot\text{l}^{-1}]$	1,00	0,67	0,44	0,20	0,09	0,06	0,00
v $[10^{-9} \text{mol}\cdot\text{l}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	81,86	70,58	61,76	43,58	25,01	18,29	0,00

a) Skizzieren Sie den Graphen von v als Funktion von $[\text{S}]$. (1)

b) Berechnen Sie die Kehrwerte $[\text{S}]^{-1}$ und v^{-1} (3 Nachkommastellen) und bestätigen Sie durch graphischen Test, dass es sich um eine ungehemmte Michaelis-Menten-Reaktion handelt. (2)

c) Bestimmen Sie die Konstanten in der Formel $v^{-1} = A + B \cdot [\text{S}]^{-1}$ mit Linearer Regression (Teilergebnisse mit 3, A und B mit 4 Nachkommastellen) und berechnen Sie daraus v_{\max} und die Michaeliskonstante K_m (mit Einheiten) in der Formel

$$v = \frac{v_{\max} \cdot [\text{S}]}{[\text{S}] + K_m} \quad (5)$$

Bedingungen für den Erwerb des Übungsscheines:

- Auf mindestens 11 Übungsblätter jeweils mindestens 6 Punkte erhalten, sowie insgesamt mindestens 100 Punkte. Es sind 13 Übungsblätter mit jeweils mindestens 15 Punkten geplant, insgesamt mindestens 200 Punkte.
- Bestehen einer Klausur.

Klausurtermine:

1. Termin: Mo, 24.02.2014, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A + B
2. Termin: Do, 10.04.2014, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A

Transportprozesse in der Zellphysiologie

(aus: S. Silbernagl und A. Despopoulos, Taschenatlas der Physiologie, Thieme)

Ein fundamentaler Transportprozess ist die Diffusion eines Stoffes. Ein gerichteter Transport kann dabei nur dann ablaufen, wenn der Stoff am Ausgangsort höher konzentriert ist als am Zielort, d.h. wenn ein Konzentrationsgefälle besteht. Man spricht dann von **passivem Transport** oder Transport „bergab“.

Müssen Stoffe im Organismus gegen ein Konzentrationsgefälle und/oder gegen ein elektrisches Gefälle (Potential) „bergauf“ transportiert werden, sind aktive, Energie benötigende Transportmechanismen erforderlich. Ein beträchtlicher Teil der durch Nahrung zugeführten chemischen Energie wird in universell verwendbare, energiereiche Verbindungen, z.B. ATPasen, umgewandelt und für den aktiven Transport verbraucht.

Wird die Energie der ATP-Hydrolyse direkt für den Transport- oder „Pump“-Mechanismus verwendet, spricht man von **primär-aktivem Transport**. Die Na^+ -, K^+ -, Ca^{2+} - und die H^+ -ATPase sind Beispiele dafür. Sie transportieren Na^+ und K^+ , Ca^{2+} bzw. H^+ bergauf. Von **sekundär-aktivem Transport** spricht man, wenn der Bergauf-Transport eines Stoffes (z.B. Glukose) mittels des Carriers an den passiven Transport eines Ions (z.B. Na^+) gekoppelt ist.

Beispiele für primär- oder sekundär-aktive Transportvorgänge sind der Na^+ -, Glukose- und Aminosäuretransport aus dem Nierentubulus, die Aufnahme dieser Stoffe aus dem Darm, die Sekretion von Magensäure, der Na^+ -Transport an der Nervenmembran u.a.

Aktive Transportmechanismen sind grundsätzlich sättigbar, d.h. sie **bewältigen nur eine bestimmte maximale Transportrate**. Diese errechnet sich in den meisten Fällen nach der ungehemmten Michaelis-Menten-Kinetik (vgl. Aufg. 2 oben).