Fachbereich Mathematik und Informatik
der Universität Marburg
Dr. Helga Lohöfer

Wintersemester 2013/14

Grundlagen der Mathematik für Biologen

- Blatt 10 -

Abgabe: Montag, den 13.01.2014, vor der Vorlesung, spätestens14:05 Uhr

Lektüreaufgabe: Skript Kap. 5.5.1 und 5.5.3, Anhang A: Gebrauchsanleitung für logarithmisches Papier
Themen: Arbeiten mit halblogarithmischem Papier, Berechnung einer allgemeinen Exponentialfunktion aus zwei Wertepaaren, Halbwertzeit bei natürlichen Wachstums- und Abbauprozessen.

1. **Trennung von Proteinen durch Gelelektrophorese**: Die Probe mit den durch Zugabe von SDS-Anionen stark negativ aufgeladenen Proteinen wird in eine mit Gel gefüllte Elektrophoresekammer gegeben. Bei 200 V Spannung wandern die SDS-Proteinkomplexe innerhalb von 24 Stunden durch das Gel auf die Anode zu, und zwar - mit einigen Ausnahmen - umso weiter, je kleiner sie sind. Durch Einfärbung werden die Proteine anschließend in unterschiedlicher Entfernung E von der Anode sichtbar. Im Einzelnen wurde folgender Zusammenhang zwischen Proteinmolekülmasse m[d] und letztlicher Entfernung E[%] von der Anode gemessen (1d (Dalton) = $^1/_{12}$ der Masse eines ^{12}C-Atoms):

E [%]	8,0	25,4	34,2	55,7	68,0	74,0	83,3
m [10^4 d]	1,2	1,8	2,2	3,6	4,8	5,5	6,8

   a) Skizzieren Sie den Graphen von m als Funktion von E. Welchen Funktionstyp vermuten Sie? (1)
   b) Entscheiden Sie mittels halblogarithmischem Papier, ob Ihre Vermutung zutrifft. (1)
   c) Lesen Sie aus dem halblogarithmischen Papier ab, welche Masse ein Protein hat, das bei E = 45% bzw. E = 12% sichtbar wird. (1)

2. Wenn Cyklopropan (= A) auf konstant 500^0C erhitzt wird, wandelt es sich in Propen um. Folgende Daten wurden experimentell ermittelt:

t [s]	0	300	900	1200	1800
[A] [$mol \cdot l^{-1}$]	$1{,}50 \cdot 10^{-3}$	$1{,}24 \cdot 10^{-3}$	$8{,}3 \cdot 10^{-4}$	$7{,}0 \cdot 10^{-4}$	$4{,}7 \cdot 10^{-4}$

   a) Bestätigen Sie mittels halblogarithmischem Papier, dass ein natürliches Abbaugesetz vorliegt. (1)
   b) Bestimmen Sie die bestmögliche Berechnungsformel für [A][$mol \cdot l^{-1}$] als Funktion von t[s] (selbstberechnete ln-Werte mit 3 Nachkommastellen, Konstante in der Berechnungsformel mit 5 Nachkommastellen). (4)
   c) Welche Halbwertzeit hat Cyklopropan bei 500^0C? (1)

3. Der maximale Radius r des Gehäuses vieler Meeresschnecken wächst mit dem Lebensalter t nach einem natürlichen Wachstumsgesetz. Ein tropisches Exemplar hatte im Alter von 2,5 Jahren einen Radius von 1,5cm, im Alter von 8,4 Jahren einen Radius von 4,0cm.
   a) Bestimmen Sie die Berechnungsformel für r[cm] als Funktion von t[a] (Konstante in dieser Formel mit 3 Nachkommastellen). (2)
   b) In welchem Alter (1 Nachkommastelle) beträgt der Radius 9,5cm? (2)

4. Wird einem Körperorgan einmalig eine Dosis eines Radionuklids appliziert, so klingt die im Organ gemessene Radioaktivität im Allgemeinen schneller ab, als es die physikalische Zerfallskonstante λ erwarten lässt. Das liegt an der zusätzlichen Ausscheidung durch Stoffwechselvorgänge, welche ebenfalls nach einem natürlichen Abbaugesetz erfolgt mit einer organ- und nuklidspezifischen Geschwindigkeitskonstante α. Da sich beide Abbaueffekte summieren, gilt für die Anzahl N der radioaktiven Partikel im Organ

$$\frac{dN}{dt} = -(\lambda + \alpha) \cdot N .$$

   Man spricht von **physikalischer, biologischer** und **effektiver Halbwertzeit**

$$t_{1/2}(phys) = \frac{\ln 2}{\lambda}, \; t_{1/2}(biol) = \frac{\ln 2}{\alpha}, \; t_{1/2}(eff) = \frac{\ln 2}{\lambda + \alpha} .$$

   Die physikalische Halbwertzeit von ^{59}Fe beträgt 46,3 Tage. Wird einem Patienten zur Blutuntersuchung eine bestimmte Menge von ^{59}Fe injiziert, so entspricht jedoch die beobachtbare Abnahme der Aktivität einer effektiven Halbwertzeit von bloß 27,0 Tagen. Wie groß ist die biologische Halbwertzeit? (3)

Frohe Weihnachten und ein gutes, erfolgreiches Neues Jahr!

<u>Bedingungen für den Erwerb des Übungsscheines:</u>

- Auf mindestens 11 Übungsblätter jeweils mindestens 6 Punkte erhalten, sowie insgesamt mindestens 100 Punkte. Es sind 13 Übungsblätter mit jeweils mindestens 15 Punkten geplant, insgesamt mindestens 200 Punkte.
- Bestehen einer Klausur.

<u>Klausurtermine:</u>

1. Termin: Do, 21.02.2013, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A + B
2. Termin: Do, 11.04.2013, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A

Berechnung einer allgemeinen Exponentialfunktion $y = y_0 \cdot \exp(c \cdot x)$ aus einer verbundenen Messreihe:

<u>1. Schritt:</u> Visualisiere die Daten als Punkte $(x_i | y_i)$ in einem Koordinatensystem. <u>Nur falls</u> die Optik den Verdacht auf ein natürlichen Wachstums-/Abbaugesetz nahelegt, weiter:

<u>2. Schritt:</u> Nimm halblogarithmisches Papier, trage darin (ohne vorherige Berechnung der ln-Werte!) die Punkte $(x_i | \ln y_i)$ ein. <u>Nur falls</u> diese ungefähr auf einer Geraden $\ln y = A + B \cdot x$ liegen, weiter:

<u>3. Schritt:</u> Berechne jetzt die Werte $\ln y_i \; (i = 1, \ldots, n)$.

<u>4. Schritt:</u> Nenne $x = v$, $\ln y_i = w$ und berechne die Konstanten A und B mit Linearer Regression (3-Schritt-Verfahren), d.h. $B = \frac{\sum v_i \cdot w_i - n \cdot \bar{v} \cdot \bar{w}}{\sum v_i^2 - n \cdot \bar{v}^2}$ und $A = \bar{w} - B \cdot \bar{v}$.

<u>5. Schritt:</u> Setze $c = B$ und berechne $y_0 = \exp(A)$. Hiermit gilt $y = y_0 \cdot \exp(c \cdot x)$.

<u>Probe:</u> Berechne alle (!) $y_i = y_0 \cdot \exp(c \cdot x_i)$ und vergleiche mit den Messwerten y_i.