

Übungen zu Mathematische und statistische Methoden für Pharmazeuten

- Blatt 9 -

Abgabe: Dienstag, den 22.06.2010, 14:10 Uhr in der Vorlesung

Skript und Aufgabenblätter: Im Internet unter www.mathematik.uni-marburg.de/~lohoefer/

Lektüreaufgaben:

- Skript Kap. 5.6 bis 5.10.3 incl.
- Skript Anhang A: Gebrauchsanleitung für logarithmisches Papier,
- Skript Anhang B: Von der Wertetabelle zur Berechnungsformel.

Wichtige Begriffe: Allgemeine Logarithmusfunktion, Photometrie; logarithmisches Wachstumsgesetz, Allometrie; graphische Tests mit halb- bzw. doppeltlogarithmischem Papier auf Vorliegen einer allgemeinen Exponential-, Logarithmus- oder Potenzfunktion.

1. Ein gewisses photometrisches Verfahren zur Bestimmung der Massenkonzentration ρ^* [$\text{mg}\cdot\text{l}^{-1}$] von Nitrat in H_2O arbeitet mit Küvetten der Dicke $d = 1,20\text{cm}$ und dem dekadischen Extinktionskoeffizienten $\varepsilon = 0,1242 \text{ L}\cdot\text{mg}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$. Drei Proben ergaben die folgenden Transmissionswerte:

| | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| | A | B | C |
| τ | 0,9932 | 0,9763 | 0,9498 |

- a) Berechnen Sie hieraus die Konzentrationen ρ^* [$\text{mg}\cdot\text{l}^{-1}$] (4 Nachkommastellen) der Proben. (1)
- b) Von welchen absoluten Fehlern $|\Delta d|$, $|\Delta \varepsilon|$ und $|\Delta \tau|$ ist auszugehen? (1)
- c) Welcher absolute Fehler $|\Delta \rho^*|$ (4 Nachkommastellen) und welcher relative Fehler ergeben sich daraus bei der Konzentrationsberechnung von Probe A? Zwischen welchen Eckwerten (4 Nachkommastellen) liegt somit die Konzentration von Probe A in Wirklichkeit? (4)
2. Die spezifische Wärme C_p von realen Gasen ist (im Unterschied zum idealen Gas) bei konstantem Druck temperaturabhängig. Für Azetylen wurden bei 1 atm folgende Werte gemessen (1 atm = 760 mmHg = $1,101325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$):

| | | | | | | |
|--|------|------|------|------|------|------|
| T [K] | 200 | 300 | 400 | 500 | 700 | 1000 |
| C_p [$\text{kcal}\cdot\text{Nm}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$] | 0,41 | 0,48 | 0,54 | 0,58 | 0,65 | 0,71 |

- a) Skizzieren Sie den Graphen zur Wertetabelle. (0,5)
- b) Überprüfen Sie durch einen geeigneten graphischen Test, ob eine allgemeine Logarithmusfunktion $C_p = A + B \cdot \ln T$ vorliegt. (1)
- c) Wenn ja, lesen Sie aus dem Testgraphen näherungsweise ab, wie groß C_p für 360K ist. (0,5)
3. Das allgemeine **Gesetz von Weber-Fechner (1860)** besagt: Bewirkt ein Reiz der physikalischen Intensität I (z.B. Erdbeben, Geräusch, Lichtreiz, Geschmacksreiz) beim Menschen eine sinnliche Wahrnehmung W , so gilt bei kleineren Intensitätsänderungen ΔI :
- (* Die **Wahrnehmungsänderung** ist proportional zur **relativen Intensitätsänderung** mit einer positiven, reizspezifischen Proportionalitätskonstante c .
- a) Übersetzen Sie die Aussage (*) in eine mathematische Formel. (1)
- b) Ändert sich W als Funktion von I gemäß einem
(1) linearen (2) natürlichen (3) logarithmischen (4) allometrischen
(α) Wachstumsgesetz oder aber (β) Abbaugesetz oder keinem von diesen? (1)
- c) Skizzieren Sie qualitativ den Graphen von W als Funktion von I , und begründen Sie mittels des Kurvenverlaufs, welche der beiden Aussagen nach dem Gesetz von Weber-Fechner richtig ist:
(1) Bei schwachintensiven Reizen bewirken kleine Intensitätsänderungen fast keine Empfindungsänderung, und bei starkintensiven Reizen bewirken große Intensitätsänderungen auch eine große Empfindungsänderung.
(2) Bei schwachintensiven Reizen bewirken kleine Intensitätsänderungen schon eine deutliche Empfindungsänderung, aber bei starkintensiven Reizen bewirken große Intensitätsänderungen trotzdem fast keine Empfindungsänderung. (1)

4. Nach der **Rubnerschen Regel** besteht für Lebewesen der gleichen Art aber unterschiedlicher Größe zwischen dem Stoffwechsel S (O_2 -Aufnahme, CO_2 -Abgabe, Kalorienbedarf pro Zeiteinheit) und dem Körpergewicht m im Allgemeinen eine **Allometrie**.

- a) Wie lautet im Allgemeinen die Berechnungsformel für S als Funktion von m ? (1)
- b) Für Hunde wurden folgende Daten publiziert:

| | | | | | | | |
|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| m[kg] | 3,0 | 6,5 | 9,6 | 18,2 | 24,0 | 31,2 | 50,0 |
| $S[\text{cal}\cdot\text{h}^{-1}]$ | 11,2 | 17,9 | 24,0 | 34,0 | 40,8 | 47,4 | 65,1 |

Entscheiden Sie durch geeigneten graphischen Test, ob die Rubnersche Regel für Hunde gilt. Wenn ja, berechnen Sie die Konstanten in der Formel (3 Nachkommastellen) näherungsweise mittels des ersten und letzten Wertepaares in der Tabelle. (3)

Klausurtermine:

1. Klausur: Mo, 02.08.2010, 10:15 – 12:00 Uhr, Hörsaalgebäude Chemie, Lahnberge, Hans-Meerwein-Str., HS A
2. Klausur: Mo, 30.08.2010, 15:15 – 17:00 Uhr, Großer Hörsaal Pharm. Chemie
3. Klausur: Mo, 11.10.2010, 15:15 – 17:00 Uhr, Großer Hörsaal Pharm. Chemie

Weitere Aufgaben zum Üben (keine Korrektur, nicht abgeben!)

1. Ein gewisses photometrisches Verfahren zur Bestimmung der Massenkonzentration ρ^* [$\text{mg}\cdot\text{l}^{-1}$] von Nitrit in H_2O arbeitet mit Küvetten der Dicke $d = 1,6\text{cm}$ und dem dekadischen Extinktions-koeffizienten $\epsilon = 0,2094$ [$\text{l}\cdot\text{mg}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$]. Drei Proben ergaben die folgenden Transmissionswerte:

| Probe: | A | B | C |
|--------|-------|-------|-------|
| τ | 0,920 | 0,831 | 0,679 |

- a) Berechnen Sie die Nitritkonzentrationen der Proben (in $\text{mg}\cdot\text{l}^{-1}$, 4 Nachkommastellen).
 - b) Die Zahlen d , ϵ und τ wurden empirisch gewonnen. Von welchen absoluten Fehlern $|\Delta d|$, $|\Delta \epsilon|$ und $|\Delta \tau|$ ist auszugehen?
 - c) Welcher absolute Fehler $|\Delta \rho^*|$ (4 Nachkommastellen) und welcher relative Fehler ergeben sich bei der Konzentrationsberechnung von Probe A? Zwischen welchen Eckwerten (2 Nachkommastellen) liegt somit die Konzentration von Probe A in Wirklichkeit?
2. Die spezifische Wärme C_p von realen Gasen ist bei konstantem Druck temperaturabhängig. Für Äthylen wurden bei 1 atm folgende Werte gemessen (1 atm = 760 mmHg = $1,101325 \cdot 10^5$ Pa) :

| | | | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| T [K] | 300 | 400 | 500 | 700 | 1200 | 1500 |
| C_p [$\text{kcal}\cdot\text{Nm}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$] | 0,475 | 0,600 | 0,700 | 0,850 | 1,090 | 1,200 |

- a) Skizzieren Sie den Graphen zur Wertetabelle.
 - b) Überprüfen Sie durch zwei geeignete graphische Tests, ob C_p als Funktion von T
 - eine allgemeine Potenzfunktion $C_p = a \cdot T^b$ oder
 - eine allgemeine Logarithmusfunktion $C_p = A + B \cdot \ln T$ ist.
 - c) Lesen Sie so gut wie möglich aus dem geeigneten Testgraphen ab,
 - wie groß C_p bei 1000 K ist,
 - bei welcher Temperatur $C_p = 0,800 \text{ kcal}\cdot\text{Nm}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$ ist.
3. Bezüglich unangenehm starker Hitze und Kälte fand **S.S. Stevens (1957)** folgenden Zusammenhang zwischen physikalischen Intensität I und sinnlicher Wahrnehmung W:

(*) Die **relative Änderung** der Wahrnehmung W ist proportional zur **relativen Änderung** der Intensität I.

 - a) Stimmt dieses Ergebnis mit dem Gesetz von Weber-Fechner überein?
 - b) Wie lautet bei starken Temperaturreizen die Formel für W als Funktion von I?
 - c) Bei starker Hitze gilt die Proportionalitätskonstante $c = 0,7$, bei starker Kälte Kälte $c = 1,7$. Skizzieren Sie jeweils den Graphen von W als Funktion von I, und entscheiden Sie dann, ob Aussage (1) oder (2) zutrifft:
 - (1) Bei schwachintensiven Reizen bewirken kleine Intensitätsänderungen fast keine Empfindungsänderung, und bei starkintensiven Reizen bewirken große Intensitätsänderungen auch eine große Empfindungsänderung.
 - (2) Bei schwachintensiven Reizen bewirken kleine Intensitätsänderungen schon eine deutliche Empfindungsänderung, aber bei starkintensiven Reizen bewirken große Intensitätsänderungen trotzdem fast keine Empfindungsänderung.

4. Bei chemischen Reaktionen $A \rightarrow \text{Produkte}$ gilt zwischen der Anfangskonzentration $[A]_0$ und der Halbwertszeit $t_{1/2}$ meist ein allometrisches Gesetz.

- a) Überprüfen Sie die Richtigkeit dieser Aussage am Beispiel folgender Daten:

| | | | | |
|--|------|------|------|------|
| $[A]_0$ [$\text{mol}\cdot\text{l}^{-1}$] | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,25 |
| $t_{1/2}$ [s] | 1625 | 260 | 65 | 10,4 |

- b) Berechnen Sie – wenn möglich – eine Formel für $t_{1/2}$ als Funktion von $[A]_0$ mit Hilfe des ersten und letzten Wertepaares (Konstante im Endergebnis mit 2 Nachkommastellen). Machen Sie die Probe für alle Tabellenwerte!
- c) Wie berechnet sich im vorliegenden Fall bei kleinen Änderungen der Anfangskonzentration die relative Änderung der Halbwertszeit aus der relativen Änderung der Anfangskonzentration?