PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

18. April 2002

Übungen zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“

Nr. 2, Abgabe: 25. April in der Übung

Die Abgabe ist in Gruppen bis zu zwei Personen erlaubt.

---

4. Normalformen und β-Äquivalenzen $\boxed{\text{6 Punkte}}$

   Es seien

$$\begin{aligned} I &= \lambda\, x.\, x \\ K &= \lambda\, x\, y.\, x \\ S &= \lambda\, x\, y\, z.\, x\, z\, (y\, z) \\ B &= \lambda\, x\, y\, z.\, x\, (y\, z) \\ C &= \lambda\, x\, y\, z.\, x\, z\, y \end{aligned}$$

   (a) Bestimmen Sie die Normalformen der folgenden Ausdrücke:
      i. $I\ I$
      ii. $K\ K\ K$
      iii. $S\ S\ S\ S$
      iv. $S\ (S\ S)$

   (b) Beweisen oder widerlegen Sie:
      i. $S\ (K\ S)\ K \Leftrightarrow^*_\beta B$
      ii. $B\ (B\ I)\ (B\ K\ I) \Leftrightarrow^*_\beta C\ I$

5. Church-Numerale $\boxed{\text{6 Punkte}}$

   (a) Geben Sie geschlossene λ-Ausdrücke für die folgenden arithmetischen Operationen auf Church-Numeralen an (mit Begründung):
      i. $\mathit{Add}\ \lceil n \rceil\ \lceil m \rceil \Rightarrow^*_\beta \lceil n + m \rceil$
      ii. $\mathit{Mult}\ \lceil n \rceil\ \lceil m \rceil \Rightarrow^*_\beta \lceil n * m \rceil$

   (b) Welche arithmetischen Operationen werden durch die folgenden λ-Ausdrücke definiert:
      i. $\lambda\, n\, m\, f\, x.\, m\, n\, f\, x$
      ii. $\lambda\, n\, f\, x.\, n\, (\lambda\, y\, z.\, z\, (y\, f))\, (K\, x)\, I$