PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

25. April 2002

Übungen zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“

Nr. 3, Abgabe: 2. Mai in der Übung

Die Abgabe ist in Gruppen bis zu zwei Personen erlaubt.

---

6. Fixpunktkombinatoren **4 Punkte**

   (a) Zeigen Sie, dass für den Turingschen Fixpunktkombinator

   $$\Theta = (\lambda\ x\ y.y\ (x\ x\ y))\ (\lambda\ x\ y.y\ (x\ x\ y))$$

   gilt: $\Theta\ e \Rightarrow^*_\beta e\ (\Theta\ e)$ für beliebige λ-Ausdrücke e.

   (b) Zeigen Sie, dass F mit der folgenden Definition ein Fixpunktkombinator ist, d.h. dass $F\ e \Leftrightarrow^*_\beta e\ (F\ e)$ für beliebige λ-Ausdrücke e.

   $$\begin{array}{l} F = G^{26} \\ G = \lambda a\,b\,c\,d\,e\,f\,g\,h\,i\,j\,k\,l\,m\,n\,o\,p\,q\,s\,t\,u\,v\,w\,x\,y\,z\,r. \\ \qquad r\,(d\,a\,s\,i\,s\,t\,e\,i\,n\,f\,i\,x\,p\,u\,n\,k\,t\,k\,o\,m\,b\,i\,n\,a\,t\,o\,r) \end{array}$$

7. Kombinatorabstraktion **6 Punkte**

   Ein *Kombinatorausdruck* ist ein Ausdruck, der nur mittels Applikation aus den Kombinatoren S, K und I aufgebaut ist.

   $$\begin{array}{lcl} S & = & \lambda\ x\ y\ z.\ x\ z\ (y\ z) \\ K & = & \lambda\ x\ y.\ x \\ I & = & \lambda\ x.\ x \end{array}$$

   (a) Zeigen Sie, dass zu jedem geschlossenen λ-Ausdruck ein β-äquivalenter Kombinatorausdruck existiert.
   Hinweis: Zeigen Sie zunächst

   $$\begin{array}{lcll} \lambda x.\ x & \Leftrightarrow^*_\beta & I & \\ \lambda x.\ e & \Leftrightarrow^*_\beta & K\ e & \text{falls } x \notin \mathit{free}(e) \\ \lambda x.\ e_1\ e_2 & \Leftrightarrow^*_\beta & S\ (\lambda x.\ e_1)\ (\lambda x.\ e_2) & \end{array}$$

   Verwenden Sie dies, um alle λ-Abstraktionen aus λ-Ausdrücken geeignet zu ersetzen.

   (b) Geben Sie einen zu dem Fixpunktkombinator $Y = \lambda f.(\lambda x.f\ (x\ x))\ \lambda x.f\ (x\ x))$ äquivalenten Kombinatorausdruck an.

8. SECD-Auswertung **2 Punkte**

   Geben Sie die Zustandsübergänge der SECD-Maschine bei der Auswertung des Ausdrucks $(K\ K\ I)$ an.