PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

23. Mai 2002

Übungen zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“

Nr. 6, Abgabe: 6. Juni in der Übung

Die Abgabe ist in Gruppen bis zu zwei Personen erlaubt.

---

13. Bestimmung eines allgemeinsten Typs **6 Punkte**

Berechnen Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Typrekonstruktionsalgorithmus $\mathcal{TR}$ den allgemeinsten Typ von

$$length = \text{fix } l.\lambda x.if\ (null\ x)\ 0\ (succ\ (l\ (tail\ x)))$$

unter der Voraussetzung, dass

- *Bool* und *Int* Basistypen und *List* ein einstelliger Typkonstruktor sei und
- $if :: \forall\alpha.Bool \to \alpha \to \alpha \to \alpha$
- $0 :: Int$; $succ :: Int \to Int$
- $null :: \forall\alpha.List\ \alpha \to Bool$; $tail :: \forall\alpha.List\ \alpha \to List\ \alpha$

14. Maximale Faktoren **6 Punkte**

Die *Instanzordnung auf Typen* $\leq\, \subseteq Types \times Types$ wird definiert durch:

$\tau_1 \leq \tau_2$ gilt genau dann, wenn $\vartheta : TVar \to Types$ mit $\tau_2 = \hat{\vartheta}(\tau_1)$ existiert.

Wenn τ_1 und τ_2 den allgemeinsten Unifikator ϑ besitzen, d.h. $\tau_1 \overset{\vartheta}{\sim} \tau_2$, so ist $\hat{\vartheta}(\tau_1)$ kleinste obere Schranke von τ_1 und τ_2 bezüglich der Instanzordnung. In dieser Aufgabe geht es um die Bestimmung größter unterer Schranken bzgl. der Instanzordnung:

Seien $\tau_1, \tau_2 \in Types$. Hat die Menge der τ, für die es Typsubstitutionen ϑ_1 und ϑ_2 mit $\tau_1 = \hat{\vartheta}_1(\tau)$ und $\tau_2 = \hat{\vartheta}_2(\tau)$ gibt, ein maximales Element, so heißt dieses speziellste Verallgemeinerung oder *maximaler Faktor* von τ_1 und τ_2.

(a) Bestimmen Sie zu folgenden Typen maximale Faktoren und die entsprechenden Typsubstitutionen:

  i. $Int \to Bool$ und $Bool \to Int$
  ii. $(\alpha \to \alpha) \to \beta \to \alpha$ und $\alpha \to \beta$
  iii. $Bool$ und $(\alpha \to \alpha) \to \beta$

(b) Beschreiben Sie einen Algorithmus zur Bestimmung des maximalen Faktors zweier Typen.