PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

13. Juni 2002

Übungen zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“

Nr. 8, Abgabe: 27. Juni in der Vorlesung (siehe unten)

Am 19. und 20. Juni fallen die Vorlesung und die Übung aus! Wegen des Sportdies findet die Vorlesung in der darauffolgenden Woche zum Übungstermin statt.

---

18. Stetigkeit $\boxed{\text{6 Punkte}}$

    Seien $\mathcal{A}_i = \langle A_i, \leq_i \rangle$ für $i = 1, 2$ vollständige Halbordnungen.

    (a) Zeigen Sie, dass die folgende Definition der Stetigkeit zu der in der Vorlesung angegebenen Definition äquivalent ist:

    $f : A_1 \to A_2$ heißt *stetig*, falls für jede gerichtete Teilmenge $T \subseteq A_1$ auch das Bild $f(T)$ gerichtet ist und $f(\bigsqcup T) = \bigsqcup f(T)$.

    (b) Zeigen Sie, dass die Funktionsapplikation $eval : [\mathcal{A}_1 \to \mathcal{A}_2] \to A_1 \to A_2$ mit $eval\ f\ x = f\ x$ in beiden Argumenten stetig ist.

19. Funktionen über flachen Halbordnungen $\boxed{\text{3 Punkte}}$

    Diskutieren Sie die Zusammenhänge zwischen Striktheit, Monotonie und Stetigkeit von Funktionen über *flachen* Halbordnungen und begründen Sie Ihre Antworten.

20. Prä-Fixpunkte $\boxed{\text{3 Punkte}}$

    Ein Prä-Fixpunkt für $f \in [\mathcal{A} \to \mathcal{A}]$ mit vollständiger Halbordnung $\mathcal{A}$ ist ein Element $a \in \mathcal{A}$ mit $a \leq f(a)$.

    Formulieren Sie den Tarskischen Fixpunktsatz unter Verwendung eines Prä-Fixpunktes anstelle von $\perp$ und beweisen Sie ihn.