**PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

27. Juni 2002

# Übungen zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“

**Nr. 9 (letztes Blatt), Abgabe: 4. Juli in der Übung**

---

21. Fixpunktsemantik $\boxed{\text{12 Punkte}}$

Gegeben sei das rekursive Programm $R_{\mathbb{Z}_\perp}$ mit

$$R : F(x) = \textit{ if } x > 100 \textit{ then } x - 10 \textit{ else } F(F(x+11))$$

und der üblichen Interpretation der Operationssymbole.

(a) Geben Sie das Funktional $\Phi_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}$ zur nicht-strikten Fixpunktsemantik an.

(b) Berechnen Sie $\Phi^i_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}(f_\emptyset)$ für $i \in \{1,2,3\}$. Dabei sei $f_\emptyset$ die einstellige Funktion, die jedes Argument auf $\perp$ abbildet.

(c) Beweisen Sie durch Induktion, dass für alle $1 \leq i \leq 11$ gilt:
$\Phi^i_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}(f_\emptyset)(n) = \textit{ if } n > 100 \textit{ then } n - 10 \textit{ else if } 100 \geq n \geq 102 - i \textit{ then } 91 \textit{ else } \perp$

(d) Bestimmen Sie $\Phi^i_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}(f_\emptyset)$ für $i > 11$.

(e) Geben Sie die nicht-strikte Fixpunktsemantik von $R_{\mathbb{Z}_\perp}$ an.

(f) Unterscheidet sich die nicht-strikte Fixpunktsemantik von $R_{\mathbb{Z}_\perp}$ von der strikten?

22. Zusatzaufgabe (außerhalb der Wertung) $\boxed{\text{12 Punkte}}$

Gegeben sei das rekursive Programm $\tilde{R}_{\mathbb{Z}_\perp}$ mit

$$\begin{aligned} \tilde{R} :\ & F_1(x,y) = \textit{ if } y = 0 \textit{ then } F_2(x-1,y) \textit{ else } F_2(F_1(x+1,y), y-1) \\ & F_2(x,y) = \textit{ if } x = 0 \textit{ then } 5 \textit{ else } F_2(F_1(x, y-1), y-1) \end{aligned}$$

und der üblichen Interpretation der Operationssymbole.

Berechnen Sie die nicht-strikte und die strikte Fixpunktsemantik von $\tilde{R}_{\mathbb{Z}_\perp}$.