PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

14. Mai 2003

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

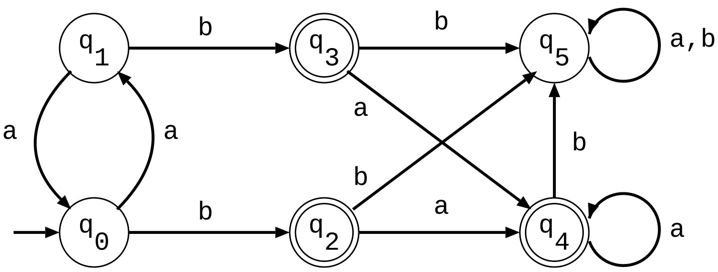
Nr. 4, Besprechung bzw. Abgabe: 21. bis 23. Mai in den Übungsgruppen

---

A. Mündliche Aufgaben

18. Äquivalenzrelationen

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Der folgende DFA $\mathcal{A}$ erkennt die Sprache $L = \{ubv \mid u, v \in \{a\}^*\}$.



(a) Zeigen Sie für dieses Beispiel durch explizite Angabe von $\rho_{\mathcal{A}}$ und ρ_L, daß $\rho_{\mathcal{A}}$ eine Verfeinerung von ρ_L ist.

(b) Geben Sie den Zustandsgraphen des Äquivalenzklassenautomaten an.

19. Reguläre Ausdrücke

Geben Sie zu den folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ jeweils einen regulären Ausdruck an, der die Sprache beschreibt.

(a) L_1 sei die Menge aller Wörter, die mit a beginnen und deren letzter Buchstabe ungleich b ist.

(b) L_2 sei die Menge aller Wörter, die eine gerade Anzahl von a's enthalten.

(c) L_3 sei die Menge aller Wörter über $\{a, b\}$, die eine gerade Anzahl von a's und eine gerade Anzahl von b's enthalten.

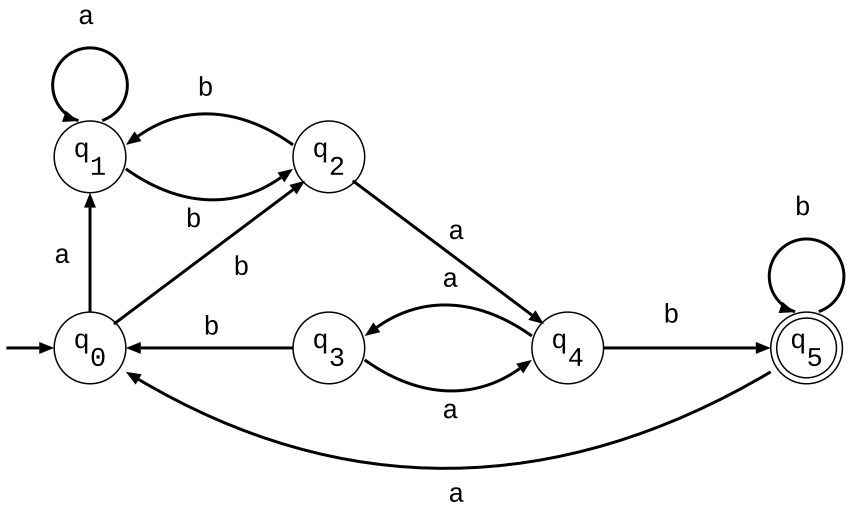
Bitte wenden!

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

20. Minimalautomat $\boxed{\text{4 Punkte}}$

(a) Minimieren Sie den folgenden DFA über dem Alphabet $\{a, b\}$, indem Sie die äquivalenten Zustände des Automaten mit Hilfe von Überdeckungsmatrizen ermitteln.



(b) Weisen Sie anschließend die Minimalität Ihres reduzierten Automaten nach, indem Sie für jedes Paar von Zuständen (p, q) ein Wort angeben, das zeigt, dass diese beiden Zustände nicht äquivalent sind.

21. Zusammenhang zwischen Äquivalenzrelationen $\boxed{\text{2 Punkte}}$

Seien $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \in DFA(\Sigma)$ und $L = L(\mathcal{A}) \subseteq \Sigma^*$. Zeigen Sie, dass für alle $u, v \in \Sigma^*$ gilt:

$$u \rho_L v \quad \text{genau dann, wenn} \quad \bar{\delta}(q_0, u) \sim \bar{\delta}(q_0, v)$$

Dabei bezeichnet ρ_L die Nerode-Relation von L und $\sim$ die in der Vorlesung definierte Äquivalenzrelation auf den Zuständen eines DFAs.

Aus der obigen Aussage folgt, dass $\rho_L = \rho_{\mathcal{A}_L} = \rho_{\mathcal{A}_{\text{red}}}$ und damit, dass der Äquivalenzklassenautomat $\mathcal{A}_L$ und der reduzierte Automat $\mathcal{A}_{\text{red}}$ isomorph sind.

22. Nachweis der Nicht-Erkennbarkeit $\boxed{\text{6 Punkte}}$

(a) Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma, dass $\{a^{2^i} \mid i \geq 0\} \notin \mathcal{L}(\Sigma, \text{DFA})$.

(b) Sei $\hat{L} = \{z \mid z = 1^k \text{ für } k \geq 0 \text{ oder } z = 0^j 1^{k^2} \text{ für } j \geq 1 \text{ und } k \geq 0\}$.

i. Zeigen Sie mit dem Satz von Myhill und Nerode, dass $\hat{L} \notin \mathcal{L}(\Sigma, \text{DFA})$.

ii. Zeigen Sie, dass $\hat{L}$ die Bedingung des Pumping-Lemmas erfüllt.