PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

28. Mai 2003

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

Nr. 6, Besprechung bzw. Abgabe: 4. bis 6. Juni in den Übungsgruppen

---

A. Mündliche Aufgaben

28. Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie jeweils an, wo die Grammatiken

$$G_i = (\{S_k \mid 0 \leq k \leq 5\}, \Sigma, P_i, S_0)$$

mit den nachfolgend definierten Produktionenmengen P_i in der Chomsky-Hierarchie einzuordnen sind und welche Sprachen sie erzeugen.

Geben Sie jeweils eine Beispielableitung eines Wortes aus $L(G_i)$ an.

(a) P_1 :
$$\begin{array}{lcl} S_0 & \to & S_1S_4S_2S_3 \mid S_1S_2S_3 \\ S_4 & \to & S_1S_4S_2S_5 \mid S_1S_2S_5 \\ S_5S_2 & \to & S_2S_5 \\ S_5S_3 & \to & S_3S_3 \\ S_1 & \to & a \\ S_2 & \to & b \\ S_3 & \to & c \end{array}$$

(b) P_2 :
$$\begin{array}{lcl} S_0 & \to & aS_1 \mid bS_1 \\ S_1 & \to & aS_0 \mid bS_0 \mid a \mid b \end{array}$$

(c) P_3 :
$$\begin{array}{lcl} S_0 & \to & aS_0S_1 \mid aS_1 \\ S_1 & \to & b \end{array}$$

(d) P_4 :
$$\begin{array}{lcl} S_0 & \to & S_1S_3aS_2 \\ S_3a & \to & aaS_3 \\ S_3S_2 & \to & S_4S_2 \mid S_5 \\ aS_4 & \to & S_4a \\ S_1S_4 & \to & S_1S_3 \\ aS_5 & \to & S_5a \\ S_1S_5 & \to & \varepsilon \end{array}$$

29. Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie Chomsky-Grammatiken an, die die folgenden Sprachen erzeugen:

(a) $L_1 = [\![((01 + 10)^*11)^*]\!]$.

(b) $L_2 = \{w\overleftarrow{w} \mid w \in \Sigma^*\}$. $\overleftarrow{w}$ bezeichne das gespiegelte Wort w.

(c) $L_3 = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$.

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

30. Eine Dualzahl mit Paritätsbit ist eine nicht-leere Folge von Dualziffern 0 und 1. Die letzte Ziffer (das Paritätsbit) ist genau dann 0, wenn die Anzahl der Einsen unter den übrigen Ziffern ungerade ist. $\boxed{\text{4 Punkte}}$

(a) Geben Sie eine Typ-3-Grammatik an, die genau die Menge der Dualzahlen mit Paritätsbit erzeugt. / 2

(b) Konstruieren Sie aus G einen DFA $\mathcal{A}$ mit $L(\mathcal{A}) = L(G)$. / 2

31. Für $k \geq 1$ sei $G_k = (N_k, \Sigma, P_k, S)$ mit $N_k = \{S, A, B_1, \ldots, B_{k+1}\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und P_k bestehe aus den Regeln **4 Punkte**

$$S \to AaB_1 \qquad A \to aA \mid bA \mid \varepsilon \qquad B_{k+1} \to \varepsilon \qquad B_i \to aB_{i+1} \mid bB_{i+1}$$

für $1 \leq i \leq k$. Zeigen Sie:

(a) $L(G_k) = \{uav \in \Sigma^* \mid u \in \Sigma^*, v \in \Sigma^k\}$. / 2

(b) Geben Sie eine ε-freie Typ-2-Grammatik G'_k an mit $L(G_k) = L(G'_k)$. / 1

(c) Gibt es eine Grammatik G''_k vom Typ 3 mit $L(G''_k) = L(G_k)$? Begründen Sie Ihre Antwort. / 1

32. Zeigen Sie für reguläre Sprachen die Entscheidbarkeit des Endlichkeitsproblems: **4 Punkte**

„*Gegeben:* $L \in \mathcal{L}(\mathrm{DFA}, \Sigma)$. *Ist* L *endlich, d.h. gilt* $|L| < \infty$*?*“

durch Zurückführung auf die Entscheidbarkeit des Wortproblems.

Hinweis: Zeigen Sie: Sei n die Anzahl der Zustände eines DFAs zur Erkennung von L. Dann gilt:

$$|L| = \infty \iff \exists w \in L:\ n \leq |w| < 2n.$$