**PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

4. Juni 2003

# Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

**Nr. 7, Besprechung bzw. Abgabe: 11. bis 13. Juni in den Übungsgruppen**

---

## A. Mündliche Aufgaben

33. Diskutieren Sie die Entscheidbarkeit der folgenden Probleme für reguläre Sprachen.

    (a) Leerheitsproblem: Gegeben $L \in \mathcal{L}(\Sigma, \mathrm{DFA})$. Ist $L = \emptyset$?

    (b) Äquivalenzproblem: Gegeben $L_1, L_2 \in \mathit{Reg}(\Sigma)$. Ist $L_1 = L_2$?

34. In einer *linearen Grammatik* sind sowohl rechts- als auch linkslineare Produktionen zugelassen. Von linearen Grammatiken erzeugte Sprachen nennt man ebenfalls linear.

    Zeigen Sie, dass die Klasse der linearen Sprachen

    (a) eine echte Obermenge der regulären Sprachen und

    (b) eine Teilmenge der kontextfreien Sprachen ist.

35. Sei $\mathcal{G}$ die folgende Grammatik:

$$\begin{aligned} S &\to aB \mid bA \\ A &\to a \mid aS \mid bAA \\ B &\to b \mid bS \mid aBB \end{aligned}$$

Geben Sie für das Wort *aaabbabbba*

(a) eine Linksableitung,

(b) eine Rechtsableitung und

(c) einen Ableitungsbaum an.

---

## B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

36. Klammerausdrücke **3 Punkte**

    Zeigen Sie, dass die Grammatik $G_{KL} = (\{K\}, \{(,)\}, P, K)$ mit

$$P \;:\; K \to (K) \mid KK \mid \varepsilon$$

die Sprache $KL$ der wohlgeformten Klammerausdrücke über dem Alphabet $\{(,)\}$ erzeugt. Dabei sei $KL$ definiert durch:

(a) Für alle $w \in KL$ gilt: $|w|_( = |w|_)$.

(b) Für alle Präfixe $u$ von $w \in LK$ gilt: $|u|_( \geq |u|_)$.

Ist $G$ eindeutig?

Für $w \in \Sigma^*$ und $a \in \Sigma$ bezeichne $|w|_a$ die Anzahl der Vorkommen von $a$ in $w$.

Bitte wenden!

37. Reduktion von Grammatiken **6 Punkte**

Sei $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik (CFG). Ein Symbol $X \in N \cup \Sigma$ heißt

- *produktiv*, falls $X \Rightarrow^* w$ für ein $w \in \Sigma^*$,
- *erreichbar*, falls $S \Rightarrow^* \alpha X \beta$, und
- *nützlich*, falls $S \Rightarrow^* \alpha X \beta \Rightarrow^* w$, für $\alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*, w \in \Sigma^*$.

Geben Sie einen Algorithmus an, der eine CFG $\mathcal{G}$ in eine äquivalente CFG $\mathcal{G}'$ transformiert, welche nur nützliche Symbole enthält.

**Hinweis:** Konstruieren Sie zunächst zwei Algorithmen

- zur Elimination unproduktiver Symbole und
- zur Elimination unerreichbarer Symbole.

Kombinieren Sie dann diese beiden Algorithmen in geeigneter Reihenfolge und zeigen Sie durch ein Beispiel, dass die Reihenfolge, in der die beiden Algorithmen angewendet werden, wesentlich ist.

38. Chomsky-Normalform und Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus **3 Punkte**

(a) Transformieren Sie die Grammatik aus Aufgabe 35 in Chomsky-Normalform.

(b) Stellen Sie für das Wort *aaabbbab* die mit dem Cocke-Younger-Kasami Algorithmus gebildete Tabelle der Mengen $N_{ij}$ $(1 \leq i, j \leq 5, i+j \leq 6)$ auf und bestimmen Sie damit, ob $w \in L(\mathcal{G})$ gilt.