PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

18. Juni 2003

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

Nr. 9, Besprechung bzw. Abgabe: 26. bis 30. Juni in den Übungsgruppen

---

- Die 2. Leistungskontrolle findet am **Freitag, dem 21. Juni** um 9:15 Uhr statt. Die Vorlesung entfällt an diesem Tag.
- Am **Mittwoch, dem 25. Juni** entfallen die Vorlesung und die Übungen wegen des Sport-Dies. Die Übungen werden verschoben. Beachten Sie die Ankündigungen auf der Vorlesungsseite.

A. Mündliche Aufgaben

44. Geben Sie zu den folgenden kontextfreien Sprachen jeweils einen *deterministischen* Kellerautomaten an, der die Sprache akzeptiert, und erläutern Sie kurz die Arbeitsweise der Automaten:

    (a) $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid j = i + k, j \geq 1\}$

    (b) $L_2 = \{wc \mid w \in \{a,b\}^*, |w|_a = 2|w|_b\}$
    Dabei bezeichne $|w|_a$ die Anzahl der Vorkommen von $a \in \Sigma$ in $w \in \Sigma^*$.

45. Sei $G = (N, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Der *Bottom-Up-Analyseautomat zu G* sei definiert durch $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, Z_0, \emptyset)$ mit $Q := \{q\}$, $\Gamma := N \cup \Sigma \cup \{Z_0\}$ und $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma^* \to \wp_f(Q \times \Gamma^*)$, wobei folgende Transitionen unterschieden werden:

    - „reduce“: $\delta(q, \varepsilon, \alpha) = \{(q, A) \mid A \to \overleftarrow{\alpha} \in P\}$
    - „shift“: $\delta(q, a, \varepsilon) = \{(q, a)\}$
    - „accept“: $\delta(q, \varepsilon, SZ_0) = \{(q, \varepsilon\}$

    Es gilt $L(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma^* \mid (q, w, Z_0) \vdash_{\mathcal{A}}^* (q, \varepsilon, \varepsilon)\}$, d.h. der Automat akzeptiert durch leeren Keller.

    (a) Geben Sie den Bottom-Up-Analyseautomaten zu der folgenden Grammatik an:

    $$G = (\{S\}, \{0,1\}, \{S \to 0S1 \mid 0S11 \mid 01 \mid 011\}, S)$$

    (b) Bestimmen Sie alle möglichen Konfigurationsfolgen des Automaten bei Eingabe von 00111.

Bitte wenden!

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

46. Beweisen oder widerlegen Sie, dass die Sprache $\Sigma^* \setminus \{a^n b^n a^n \mid n \geq 0\}$ kontextfrei ist. $\boxed{\text{3 Punkte}}$

47. Zu $L \subseteq \Sigma^*$ sei $perm(L) \subseteq \Sigma^*$ die Menge aller Permutationen von Wörtern in L. Dabei heißt w Permutation von v, falls die Buchstaben von w so umgestellt werden können, dass sich v ergibt. $\boxed{\text{6 Punkte}}$

    Beispiel: $perm(\{a^n b^n \mid n \geq 0\}) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$.

    (a) Geben Sie mit Begründung ein Beispiel für eine reguläre Sprache L über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, so dass $perm(L)$ nicht regulär ist. / 1

    (b) Geben Sie mit Begründung ein Beispiel für eine reguläre Sprache L über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ an, so dass $perm(L)$ nicht kontextfrei ist. / 1

    (c) Zeigen Sie, dass für jede reguläre Sprache L über einem zweielementigen Alphabet $perm(L)$ kontextfrei ist. / 4

    Hinweis: Gehen Sie von einem DFA für L aus und konstruieren Sie einen PDA für $perm(L)$. Begründen Sie, warum der PDA $perm(L)$ erkennt.

48. Definieren Sie eine wohldokumentierte Turingmaschine $\mathcal{A}$ mit $\boxed{\text{3 Punkte}}$

$$L(\mathcal{A}) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}.$$