

## Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

Nr. 12 (letztes Blatt)

Besprechung bzw. Abgabe: 16. bis 18. Juli in den Übungsgruppen

---

### A. Mündliche Aufgaben

59. Entscheiden Sie mit Beweis, ob die folgenden Mengen entscheidbar oder semi-entscheidbar sind.

- (a) Die Menge aller Tupel  $(code(\mathcal{A}), w, s)$ , für die  $\mathcal{A}$  bei Eingabe von  $w$  nach maximal  $s$  Schritten anhält.
- (b) Die Menge aller Turingmaschinen, die monotone Funktionen  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  berechnen. Eine Funktion heißt monoton, falls für alle  $x, y \in \text{Def}(f)$  gilt:

$$|x| \leq |y| \Rightarrow |f(x)| \leq |f(y)|.$$

60. Schreiben Sie ein LOOP-Programm zur Berechnung der Signum-Funktion:

$$sg : \begin{cases} \mathbb{N} & \rightarrow & \mathbb{N} \\ n & \mapsto & \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ 1 & \text{falls } n > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Als Wertzuweisungen sind nur elementare Anweisungen der Form  $X_i := 0$  bzw.  $X_i := X_j + 1$  zugelassen.

Beweisen Sie die Korrektheit des Programms anhand der denotationellen Semantik.

---

### B. Hausaufgaben

61. Reduktion

3 Punkte

Seien  $X$  und  $R$  Sprachen.  $R$  sei regulär und es gelte  $X \leq R$ . Ist  $X$  ebenfalls eine reguläre Sprache? Begründen Sie Ihre Antwort.

62. Postsches Korrespondenzproblem (PCP)

5 Punkte

- (a) Finden Sie Indizes  $i_1 \dots i_n$ , so dass für die folgende Instanz des PCP gilt: / 2

$$x_{i_1} \dots x_{i_n} = y_{i_1} \dots y_{i_n} \text{ mit } (x_{i_j}, y_{i_j}) \in K.$$

$$K = \{(01, 0101), (1, 0), (010, 1), (00, 0)\}$$

- (b) Zeigen Sie, dass das PCP für  $|\Sigma| = 1$  entscheidbar ist. / 3

63. Zeigen Sie, dass die Mehrdeutigkeit kontextfreier Grammatiken nicht entscheidbar ist.

4 Punkte

**Hinweis:** Zeigen Sie, dass man jedem PCP eine kontextfreie Grammatik zuordnen kann, die genau dann mehrdeutig ist, wenn das PCP eine Lösung besitzt.