PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
9. Juli 2003

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

Nr. 12 (letztes Blatt)
Besprechung bzw. Abgabe: 16. bis 18. Juli in den Übungsgruppen

---

A. Mündliche Aufgaben

59. Entscheiden Sie mit Beweis, ob die folgenden Mengen entscheidbar oder semi-entscheidbar sind.

   (a) Die Menge aller Tupel $(code(\mathcal{A}), w, s)$, für die $\mathcal{A}$ bei Eingabe von w nach maximal s Schritten anhält.

   (b) Die Menge aller Turingmaschinen, die monotone Funktionen $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ berechnen. Eine Funktion heißt monoton, falls für alle $x, y \in \mathbf{Def}(f)$ gilt:

$$|x| \leq |y| \Rightarrow |f(x)| \leq |f(y)|.$$

60. Schreiben Sie ein LOOP-Programm zur Berechnung der Signum-Funktion:

$$sg : \begin{cases} \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ n & \mapsto & \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ 1 & \text{falls } n > 0 \end{cases} \end{cases}$$

   Als Wertzuweisungen sind nur elementare Anweisungen der Form `X_i := 0` bzw. `X_i := X_j + 1` zugelassen.

   Beweisen Sie die Korrektheit des Programms anhand der denotationellen Semantik.

B. Hausaufgaben

61. Reduktion **3 Punkte**

   Seien X und R Sprachen. R sei regulär und es gelte $X \leq R$. Ist X ebenfalls eine reguläre Sprache? Begründen Sie Ihre Antwort.

62. Postsches Korrespondenzproblem (PCP) **5 Punkte**

   (a) Finden Sie Indizes $i_1 \ldots i_n$, so dass für die folgende Instanz des PCP gilt: $x_{i_1} \ldots x_{i_n} = y_{i_1} \ldots y_{i_n}$ mit $(x_{i_j}, y_{i_j}) \in K$. / 2

$$K = \{(01, 0101), (1, 0), (010, 1), (00, 0)\}$$

   (b) Zeigen Sie, dass das PCP für $|\Sigma| = 1$ entscheidbar ist. / 3

63. Zeigen Sie, dass die Mehrdeutigkeit kontextfreier Grammatiken nicht entscheidbar ist. **4 Punkte**

   Hinweis: Zeigen Sie, dass man jedem PCP eine kontextfreie Grammatik zuordnen kann, die genau dann mehrdeutig ist, wenn das PCP eine Lösung besitzt.