PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

24. Mai 2005

Übungen zur „Theoretischen Informatik", Sommersemester 2005

Nr. 7, Abgabe: Dienstag, 31. Mai 2005 vor der Vorlesung

Wegen Fronleichnam am 26. Mai finden die Donnerstagsübungsgruppen am Montag, dem 30. Mai um 14 Uhr bzw. 16 Uhr im HS I, Lahnberge, statt.

A. Hausaufgaben

29. Zeigen Sie für reguläre Sprachen die Entscheidbarkeit des Endlichkeitsproblems durch Zurückführung auf die Entscheidbarkeit des Wortproblems. [4 Punkte]

    Hinweis: Zeigen Sie: Sei n die Anzahl der Zustände eines DFAs zur Erkennung von L. Dann gilt: $|L| = \infty \iff \exists w \in L: \ n \leq |w| < 2n$.

30. Sei $\mathcal{G}$ die folgende Grammatik: [3 Punkte]

    $$\begin{aligned} S &\to aB \mid bA \\ A &\to a \mid aS \mid bAA \\ B &\to b \mid bS \mid aBB \end{aligned}$$

    Geben Sie für das Wort $aaabbabbba$

    (a) eine Linksableitung, (b) eine Rechtsableitung und (c) einen Ableitungsbaum

    an und transformieren Sie die Grammatik in Chomsky-Normalform.

31. Zeigen Sie, dass $G_{KL} = (\{K\}, \{(,)\}, P, K)$ mit $P \;:\; K \to (K) \mid KK \mid \varepsilon$ die Sprache KL der wohlgeformten Klammerausdrücke über dem Alphabet $\{(,)\}$ erzeugt. Dabei sei KL definiert durch: [5 Punkte]

    (a) Für alle $w \in KL$ gilt: $|w|_(= |w|_)$.

    (b) Für alle Präfixe u von $w \in LK$ gilt: $|u|_(\geq |u|_)$.

    Ist G eindeutig?

B. Mündliche Aufgabe

32. Sei $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik (CFG). Ein Symbol $Y \in N \cup \Sigma$ heißt
    - *produktiv*, falls $Y \Rightarrow^* w$ für ein $w \in \Sigma^*$,
    - *erreichbar*, falls $S \Rightarrow^* \alpha Y \beta$, und
    - *nützlich*, falls $S \Rightarrow^* \alpha Y \beta \Rightarrow^* w$, für $\alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*, w \in \Sigma^*$.

    Geben Sie einen Algorithmus an, der eine CFG $\mathcal{G}$ in eine äquivalente CFG $\mathcal{G}'$ transformiert, welche nur nützliche Symbole enthält.

    Hinweis: Konstruieren Sie zunächst zwei Algorithmen

    - zur Elimination unproduktiver Symbole und
    - zur Elimination unerreichbarer Symbole.

    Kombinieren Sie dann diese beiden Algorithmen in geeigneter Reihenfolge und zeigen Sie durch ein Beispiel, dass die Reihenfolge, in der die beiden Algorithmen angewendet werden, wesentlich ist.