PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

31. Mai 2005

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2005

Nr. 8, Abgabe: Dienstag, 7. Juni 2005 vor der Vorlesung

Am Dienstag, dem 7. Juni 2005 findet im HG5 von 11.20 bis 11.55 Uhr die zweite Leistungskontrolle statt, die sich auf die ersten fünf Kapitel der Vorlesung beziehen wird. Um den Hörsaal für die Leistungskontrolle vorbereiten zu können, bitten wir Sie am 7. Juni vor dem Hörsaal zu warten, bis die Vorbereitung abgeschlossen ist.

A. Hausaufgaben

33. Gegeben sei die folgende rechtslineare Grammatik $G_0 = (\{S, A, B, C, F\}, \{a, b\}, P, S)$ mit **5 Punkte**

$$P: \begin{array}{lcl} S & \rightarrow & aA \mid bB \\ A & \rightarrow & bB \mid bC \\ B & \rightarrow & aC \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} C & \rightarrow & aS \mid bF \\ F & \rightarrow & \varepsilon \end{array}$$

    (a) Zeigen Sie, dass G nicht eindeutig ist, d.h. dass es ein Wort $w \in L(G_0)$ gibt, für das zwei verschiedene Ableitungen bzgl. G_0 existieren.
    (b) Beschreiben Sie ein Verfahren zur Konstruktion *eindeutiger* rechtslinearer Grammatiken G' aus rechtslinearen Grammatiken $\mathcal{G}$, so dass $L(G') = L(G)$.
    (c) Wenden Sie dieses Verfahren auf G_0 an.

34. Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit den Produktionen **3 Punkte**

$$\begin{array}{lcl} \mathrm{S} & \rightarrow & \mathrm{AD} \mid \mathrm{DCB} \\ \mathrm{A} & \rightarrow & \mathrm{a} \\ \mathrm{B} & \rightarrow & \mathrm{b} \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} \mathrm{C} & \rightarrow & \mathrm{a} \mid \mathrm{b} \mid \mathrm{CC} \\ \mathrm{D} & \rightarrow & \mathrm{BB} \mid \mathrm{CD} \end{array}$$

    Zeigen Sie mit Hilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus (CYK), dass das Wort $w = ababb$ in G ableitbar ist.

35. Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind: (a) $L_1 = \{a^i b^j c^j \mid 0 \leq i \leq j\}$ (b) $L_2 = \{a^m b^n a^m b^n \mid m, n \geq 1\}$ **4 Punkte**

B. Mündliche Aufgabe

36. Zeigen Sie, dass sich jede CFG $\mathcal{G}$ in eine äquivalente CFG $\mathcal{G}'$ transformieren lässt, in der keine linksrekursiven Produktionen vorkommen.

    Eine Produktion heißt *linksrekursiv*, wenn sie von der Form $A \rightarrow A\alpha$ ist.

37. (a) Zeigen Sie, dass die Klasse der kontextfreien Sprachen unter dem Schnitt mit regulären Sprachen abgeschlossen ist.
    Hinweis: Konstruieren Sie zu gegebenen $\mathcal{A}_1 \in PDA(\Sigma)$ und $\mathcal{A}_2 \in DFA(\Sigma)$ einen Kellerautomaten $\mathcal{A} \in PDA(\Sigma)$ mit $L(\mathcal{A}, F) = L(\mathcal{A}_1, F) \cap L(\mathcal{A}_2)$.
    (b) Zeigen Sie, dass $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^+\} \notin \mathcal{L}_2(\Sigma)$ ist, indem Sie die nicht kontextfreie Sprache L_2 aus Aufgabe 35 als Schnitt von L und einer regulären Sprache beschreiben.