PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

30. Oktober 2002

Übungen zur „Technischen Informatik I“, WS 2002/03

Nr. 2, Besprechung bzw. Abgabe: 6.11. bis 8.11. in den Übungsgruppen

---

Vollständige Induktion: Der Beweis eines Satzes der Form *„$A(n)$ gilt für alle $n \in \mathbb{N}$“* durch vollständige Induktion besteht aus zwei Schritten:

1. Induktionsanfang: Man zeigt die Richtigkeit der zu beweisenden Aussage für $n = 1$.
2. Induktionsvoraussetzung: Man nimmt an, dass die Aussage für ein $n \geq 1$ stimme.

   Induktionsschritt: Man zeigt unter Zuhilfenahme der Induktionsvoraussetzung, dass der Satz dann auch für $n + 1$ gilt.

Beispiel: Zu zeigen ist für alle $n \in \mathbb{N}$: $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$.

1. Induktionsanfang: $\sum_{i=1}^{1} i = \frac{1(1+1)}{2} = 1$
2. Induktionsschritt: Die Aussage gelte für ein $n \geq 1$ (Induktionsvoraussetzung). Dann gilt für $n + 1$: $\sum_{i=1}^{n+1} i = \sum_{i=1}^{n} i + (n + 1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

A. Mündliche Aufgaben

6. Beweisen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ mittels vollständiger Induktion:

   (a) $\sum_{i=1}^{n} (2i - 1) = n^2$ (b) $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

7. Eine Schnecke kriecht tagsüber 1 Meter an einer Mauer nach oben, rutscht aber nachts um die Hälfte der erreichten Höhe wieder nach unten. Sei h_n die Höhe in Metern, die die Schnecke am Abend des n-ten Tages erreicht hat. Es gilt $h_1 = 1$.

   (a) Wie lässt sich h_{n+1} für $n \geq 0$ in Abhängigkeit von h_n beschreiben?

   (b) Geben Sie eine explizite Formel für h_n an und zeigen Sie ihre Gültigkeit für alle $n \in \mathbb{N}$.

   (c) Zeigen Sie, dass die Schnecke nie die Höhe von 2 Metern erreichen wird.

8. Beschaffen Sie sich aus dem Internet aktuelle Informationen zu den angegebenen Mikroprozessoren und vervollständigen Sie damit die folgende Tabelle. Als Einstieg kann etwa `http://www.google.com` verwendet werden.

Kriterium	Intel Pentium 4	AMD Athlon XP	Transmeta Crusoe
Maximaler Takt			
Busbreite			
Cachegröße			
SPEC-Bewertung			
Besondere Merkmale			

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Gruppen bis zu 3 Personen erlaubt.

9. Amdahlsches Gesetz **6 Punkte**

   Für eine Architektur seien drei Erweiterungen mit den folgenden Speedups vorgeschlagen worden:

   $$Speedup_1 = 30 \qquad Speedup_2 = 20 \qquad Speedup_3 = 10$$

   von denen zu einem Zeitpunkt aber jeweils nur eine aktiviert werden kann.

   (a) Wenn die Erweiterungen 1 und 2 jeweils in 30% der Zeit verwendet werden können, mit welchem zeitlichen Anteil muss dann Erweiterung 3 verwendet werden, um insgesamt einen Speedup von 10 zu erreichen?

   (b) Nehmen Sie an, die Verteilung der Benutzung der Erweiterungen 1, 2 und 3 sei 30%, 30% und 20%. Welchen Teil der beschleunigten Zeit ist keine Optimierung im Einsatz, wenn man den Einsatz aller drei Erweiterungen mit den angegebenen zeitlichen Anteilen annimmt?

   (c) Nehmen Sie an, dass Sie ein Benchmark (Testprogramm zur Beurteilung des Rechnersystems) vorliegen hätten, bei dem Erweiterungen 1 und 2 in je 20% der Zeit verwendbar wären und Erweiterung 3 in 70% der Zeit.

   Wenn Sie nun dieses Rechnersystem in einem möglichst guten Licht darstellen wollten und nur *eine* der drei Erweiterungen vornehmen dürften, welche würden Sie auswählen?

   Welche Wahl würden Sie treffen, wenn *zwei* Optimierungen implementiert werden dürften?

10. Speicherentwurf **4 Punkte**

    (a) Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen der Größe des Speicheradressregisters MAR (in Bits), des Speicherpufferregisters MBR und einer Speicherzelle.

    (b) Betrachten Sie die folgenden Entwurfsalternativen für einen Rechner. Welche erscheinen Ihnen nicht sinnvoll? Erläutern Sie Ihre Antwort.

Alternative	MAR-Größe	Speichergröße	Länge einer Speicherzelle
a	10 Bits	8 KB	8 Bits
b	10 Bits	12 KB	12 Bits
c	9 Bits	10 KB	10 Bits
d	11 Bits	10 KB	10 Bits
e	10 Bits	10 KB	1024 Bits
f	1024 Bits	100 Bits	10 Bits

11. Paritätsbit **2 Punkte**

    Um Fehler bei der Datenübertragung zu erkennen, können zu jedem Byte ein oder mehrere Prüfbits gebildet werden, die dann vom Empfänger auf Konsistenz geprüft werden. Das einfachste solche Verfahren ist die Verwendung eines *Paritätsbits*, das bei einer ungeraden Anzahl von Einsen in dem zu übertragenden Byte auf 1 gesetzt wird (gerade Parität). In welchen der folgenden Fälle wird ein Übertragungsfehler gemeldet?

(a)	0 1 0 1 1 1 0 1	1	$\rightarrow$	1 1 0 1 1 1 0 1	1
(b)	1 0 0 1 1 0 0 1	0	$\rightarrow$	1 0 0 1 1 0 0 1	1
(c)	1 1 1 0 1 0 0 1	1	$\rightarrow$	0 0 0 1 0 1 1 0	0
(d)	0 0 0 1 0 1 1 1	0	$\rightarrow$	0 0 0 1 1 0 1 1	0