PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge
6. November 2002

Übungen zur „Technischen Informatik I“, WS 2002/03

Nr. 3, Besprechung bzw. Abgabe: 13.11. bis 15.11. in den Übungsgruppen

---

A. Mündliche Aufgaben

12. Umwandlung zwischen Zahlsystemen

Füllen Sie die folgende Tabelle aus. In jeder Zeile soll in allen Feldern dieselbe Zahl stehen, nur in verschiedenen Darstellungen.

dezimal	binär	oktal	hexadezimal
2002			
	1010101110111010		
		333	
			AFFE

13. Boolesche Gleichungen

Beweisen Sie die Boolesche Gleichung

$$(x + (y * z))' = x' * y' * z + x' * y' * z' + x' * y * z',$$

(a) über der Grundmenge $\underline{2} = \{0, 1\}$, indem Sie Wertetabellen für die durch die linke und rechte Seite gegebenen Funktionen aufstellen, und

(b) in jeder Booleschen Algebra, indem Sie die Gleichheit des linken und rechten Terms durch die Anwendung von Gleichungen zeigen, die in Booleschen Algebren gültig sind.

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Gruppen bis zu 3 Personen erlaubt.

14. Dualdarstellung natürlicher Zahlen $\boxed{\text{3 Punkte}}$

(a) Wieviele Stellen werden für die Darstellung der folgenden Dezimalzahlen in Binärdarstellung benötigt?

- 2048
- 4095
- 56238383874
- 8753784734747

(b) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$:

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

Die größte mit n binären Ziffern (Bits) darstellbare Zahl ist somit $2^n - 1$.

15. Polyadische Darstellung natürlicher Zahlen **5 Punkte**

Es sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge natürlicher Zahlen mit $b_n > 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Eine *polyadische Darstellung einer natürlichen Zahl* k *bezüglich* $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ hat die Form

$$k = \sum_{i\geq 0} a_i \prod_{j<i} b_j = a_0 + a_1 b_0 + a_2 b_1 b_0 + \ldots + a_N b_{N-1} \ldots b_0 + \ldots$$

mit $0 \leq a_i < b_i$ für $i \geq 0; a_i \in \mathbb{N}$.

(a) Stellen Sie die Zahl 125 bezüglich der Zahlenfolge

$$b_0 = 5, b_1 = 6, b_2 = 3, b_3 = 2, \ldots$$

dar, d.h. bestimmen Sie die Faktoren a_i $(i \geq 0)$.

(b) Zeigen Sie, dass zu jeder natürlichen Zahl k eine polyadische Darstellung bezüglich einer Zahlenfolge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n > 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$ existiert.

(c) Ist diese Darstellung eindeutig? (ohne Beweis)

16. Gleichungen **4 Punkte**

Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Gleichungen über der Grundmenge $\underline{2} = \{0, 1\}$ mit den Operationen $+$ (Parallelschaltung), $*$ (Serienschaltung) und $'$ (Negation):

(a) Absorptionsgesetze:

$$\begin{aligned} x * (x + y) &= x \\ x + (x * y) &= x \end{aligned}$$

(b) de Morgan'sche Regeln:

$$\begin{aligned} (x * y)' &= x' + y' \\ (x + y)' &= x' * y' \end{aligned}$$