

Übungen zur „Technischen Informatik I“, WS 2002/03

Nr. 5, Besprechung bzw. Abgabe: 27.11. bis 29.11. in den Übungsgruppen

A. Mündliche Aufgaben

22. Monome, Minterme, Implikanten

Sei $n \geq 1$. Ein Monom a heißt *Implikant* einer n -stelligen Schaltfunktion f , falls für die Schaltfunktion $f_a(x_1, \dots, x_n) = a$ gilt: Für alle $b_1, \dots, b_n \in \{0, 1\}$ ist

$$f_a(b_1, \dots, b_n) \leq f(b_1, \dots, b_n).$$

- (a) Entscheiden Sie für jeden der folgenden Terme, ob er Monom, Minterm oder Implikant der nebenstehenden Schaltfunktion f ist. Mehrfachnennungen sind möglich.

- i. $x'_1 x_2$
- ii. $x_1 x_2 x_3 x_4$
- iii. x_3
- iv. $x_1 x_3 x'_4$
- v. $x_1 + x_2$

- (b) Bestimmen Sie die DNF von f und vereinfachen Sie diese (durch Termumformungen) soweit wie möglich.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

23. Boolesche Algebra der Schaltfunktionen

Setzt man die Operationen $+$, $*$ und $'$ der Schaltalgebra in natürlicher Weise auf Schaltfunktionen fort, so erhält man die Boolesche Algebra $([\underline{2}^n \rightarrow \underline{2}]; +, *, ' ; \underline{0}, \underline{1})$ der n -stelligen Schaltfunktionen. $\underline{0}$ und $\underline{1}$ bezeichnen dabei die konstanten Funktionen, die für jedes Argumenttupel den Wert 0 bzw. 1 liefern.

Die Menge der einstelligen Schaltfunktionen $[\underline{2} \rightarrow \underline{2}]$ enthält die nebenstehenden durch ihre Booleschen Terme angegebenen Elemente.

x	$\underline{0}$	$\underline{1}$	x	x'
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

- (a) Geben Sie die Operationstabellen der Operationen $+$, $*$ und $'$ auf einstelligen Schaltfunktionen an.
- (b) Geben Sie eine Mengenalgebra an, die zu der Booleschen Algebra der einstelligen Schaltfunktionen isomorph ist (mit Begründung!).

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Gruppen bis zu 3 Personen erlaubt.

24. Verkürzung von Monomen

3 Punkte

Zeigen Sie: Entsteht ein Monom a durch Streichen von Literalen aus einem Monom b , so ist b Implikant von a .

25. Funktionale Vollständigkeit

3 Punkte

Sind die Schaltfunktionen g_1 und g_2 nur mit $*$ und $+$ darstellbar?

Falls ja, geben Sie entsprechende Darstellungen an. Falls nein, begründen Sie, warum nicht.

x_1	x_2	x_3	$g_1(x_1, x_2, x_3)$	$g_2(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

26. NAND/NOR-Logik

6 Punkte

- (a) Formen Sie die folgenden Schaltfunktionen so um, dass sie ausschließlich mit den angegebenen Schaltgliedern realisiert werden können, und geben Sie jeweils die resultierende Schaltung an:

i. $f_i(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x'_2)(x_1 + x'_3)$ mit (mehrstelligen) *NAND*-Schaltgliedern

ii. $f_{ii}(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x'_1x'_3$ mit (mehrstelligen) *NOR*-Schaltgliedern

- (b) Zeigen Sie, wie ein dreistelliges NAND mittels zweistelliger NAND-Schaltglieder realisiert werden kann.