PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge
20. November 2002

Übungen zur „Technischen Informatik I“, WS 2002/03

Nr. 5, Besprechung bzw. Abgabe: 27.11. bis 29.11. in den Übungsgruppen

---

A. Mündliche Aufgaben

22. Monome, Minterme, Implikanten

Sei $n \geq 1$. Ein Monom a heißt *Implikant* einer n-stelligen Schaltfunktion f, falls für die Schaltfunktion $f_a(x_1, \ldots, x_n) = a$ gilt: Für alle $b_1, \ldots, b_n \in \{0, 1\}$ ist

$$f_a(b_1, \ldots, b_n) \leq f(b_1, \ldots, b_n).$$

(a) Entscheiden Sie für jeden der folgenden Terme, ob er Monom, Minterm oder Implikant der nebenstehenden Schaltfunktion f ist. Mehrfachnennungen sind möglich.

i. $x_1'x_2$

ii. $x_1x_2x_3x_4$

iii. x_3

iv. $x_1x_3x_4'$

v. $x_1 + x_2$

(b) Bestimmen Sie die DNF von f und vereinfachen Sie diese (durch Termumformungen) soweit wie möglich.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

23. Boolesche Algebra der Schaltfunktionen

Setzt man die Operationen $+, *$ und $'$ der Schaltalgebra in natürlicher Weise auf Schaltfunktionen fort, so erhält man die Boolesche Algebra $([\underline{2}^n \to \underline{2}]; +, *, '; \underline{0}, \underline{1})$ der n-stelligen Schaltfunktionen. $\underline{0}$ und $\underline{1}$ bezeichnen dabei die konstanten Funktionen, die für jedes Argumenttupel den Wert 0 bzw. 1 liefern.

Die Menge der einstelligen Schaltfunktionen $[\underline{2} \to \underline{2}]$ enthält die nebenstehenden durch ihre Booleschen Terme angegebenen Elemente.

x	$\underline{0}$	$\underline{1}$	x	x'
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

(a) Geben Sie die Operationstafeln der Operationen $+, *$ und $'$ auf einstelligen Schaltfunktionen an.

(b) Geben Sie eine Mengenalgebra an, die zu der Booleschen Algebra der einstelligen Schaltfunktionen isomorph ist (mit Begründung!).

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Gruppen bis zu 3 Personen erlaubt.

24. Verkürzung von Monomen **3 Punkte**

    Zeigen Sie: Entsteht ein Monom a durch Streichen von Literalen aus einem Monom b, so ist b Implikant von a.

25. Funktionale Vollständigkeit **3 Punkte**

    Sind die Schaltfunktionen g_1 und g_2 nur mit $*$ und $+$ darstellbar?

    Falls ja, geben Sie entsprechende Darstellungen an. Falls nein, begründen Sie, warum nicht.

x_1	x_2	x_3	$g_1(x_1, x_2, x_3)$	$g_2(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

26. NAND/NOR-Logik **6 Punkte**

    (a) Formen Sie die folgenden Schaltfunktionen so um, dass sie ausschließlich mit den angegebenen Schaltgliedern realisiert werden können, und geben Sie jeweils die resultierende Schaltung an:

    i. $f_i(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2')(x_1 + x_3')$ mit (mehrstelligen) *NAND*-Schaltgliedern

    ii. $f_{ii}(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1'x_3'$ mit (mehrstelligen) *NOR*-Schaltgliedern

    (b) Zeigen Sie, wie ein dreistelliges NAND mittels zweistelliger NAND-Schaltglieder realisiert werden kann.