PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen, Dipl.-Inform. J. Beringer

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge
2. November 2004

Übungen zur „Technischen Informatik I“, WS 2004/05

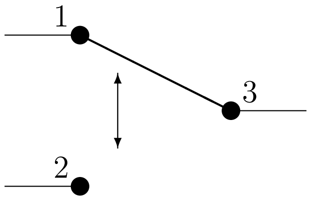
Nr. 3, Abgabe: Dienstag, 9. November vor (!!!) der Vorlesung

A. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Gruppen bis zu 2 Personen erlaubt.

13. Wechselschaltung $\boxed{\text{3 Punkte}}$

Ein 1xUM Schalter (siehe Skizze) hat die Kontakte 1, 2 und 3. Der Kontakt 3 kann entweder mit dem Kontakt 1 oder mit dem Kontakt 2 leitend verbunden werden.



Mit zwei solchen Schaltern soll eine Lampe ein- und ausgeschaltet werden. Dabei soll jeder Schalter unabhängig von der Stellung des anderen Schalters die Lampe ausschalten können, wenn sie an war, und anschalten können, wenn sie aus war. Diese Schaltung nennt man *Wechselschaltung*.

(a) Beschreiben Sie das funktionale Verhalten einer solchen Wechselschaltung als logische Verknüpfung. Modellieren Sie hierzu die beiden möglichen Schalterpositionen (1–3,2–3) sowie die Zustände der Lampe (brennt nicht, brennt) als logische Zustände 0 und 1.

(b) Wie sieht die Verschaltung der Schalter mit der Lampe aus?

14. Gleichungen $\boxed{\text{4 Punkte}}$

Beweisen Sie die Boolesche Gleichung

$$(x * y) + (y * z) + (x * z)' \quad = \quad (x * y) + (x * z)'$$

(a) über der Grundmenge $\underline{2} = \{0, 1\}$, indem Sie Wertetabellen für die durch die linke und rechte Seite gegebenen Funktionen aufstellen, und

(b) in jeder Booleschen Algebra, indem Sie die Gleichheit des linken und rechten Terms durch die Anwendung von Gleichungen zeigen, die in Booleschen Algebren gültig sind.

15. Dualität und Negation $\boxed{\text{5 Punkte}}$

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion über den Aufbau der S/P-Terme, dass folgende Beziehung zwischen negierten und dualen Termen besteht:

$$f_{t^d}(x_1, \ldots, x_n) = f_{t'}(x'_1, \ldots, x'_n)$$

Zu einem Booleschen Term t über den Variablen $x_1, \ldots, x_n$ bezeichne f_t die *Schaltfunktion zu t* mit $f_t(x_1, \ldots, x_n) = t$.

B. Mündliche Aufgaben

16. Boolesche Algebra

    Zeigen Sie, dass in jeder Booleschen Algebra mit mehr als einem Element 0 und 1 verschieden sind.

17. Boolesche Algebra der Schaltfunktionen

    Setzt man die Operationen $+, *$ und $'$ der Schaltalgebra in natürlicher Weise auf Schaltfunktionen fort, so erhält man die Boolesche Algebra $([\underline{2}^n \to \underline{2}]; +, *, '; \underline{0}, \underline{1})$ der n-stelligen Schaltfunktionen. $\underline{0}$ und $\underline{1}$ bezeichnen dabei die konstanten Funktionen, die für jedes Argumenttupel den Wert 0 bzw. 1 liefern.

    Die Menge der einstelligen Schaltfunktionen $[\underline{2} \to \underline{2}]$ enthält die nebenstehenden durch ihre Booleschen Terme angegebenen Elemente.

x	$\underline{0}$	$\underline{1}$	x	x'
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

    (a) Geben Sie die Operationstafeln der Operationen $+, *$ und $'$ auf einstelligen Schaltfunktionen an.

    (b) Geben Sie eine Mengenalgebra an, die zu der Booleschen Algebra der einstelligen Schaltfunktionen isomorph ist (mit Begründung!).

18. Mehrwertige Schaltfunktionen

    (a) Wieviele Schaltfunktionen mit Stelligkeit n und Wertigkeit m gibt es?

    (b) Gegeben sei die nebenstehende Schaltfunktion mit drei Eingängen x_1, x_2, x_3 und zwei Ausgängen f_1 und f_2.
    Bestimmen Sie die disjunktive Normalform der beiden Komponentenfunktionen f_1 und f_2.

    (c) Gibt es Boolesche Termdarstellungen der Funktionen aus (b), die geringere Kosten verursachen? Das Kostenmaß sei dabei die Anzahl der Operationen, die in einem Term angewendet werden.

x_1	x_2	x_3	f_1	f_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1