PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen, Dipl.-Inform. J. Beringer

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge
9. November 2004

Übungen zur „Technischen Informatik I“, WS 2004/05

Nr. 4, Abgabe: Dienstag, 16. November vor (!!!) der Vorlesung

---

A. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Gruppen bis zu 2 Personen erlaubt.

19. Boolesche Algebra $\boxed{\text{5 Punkte}}$

(a) Zeigen Sie (ohne Verwendung des Satzes von Stone), dass es keine Boolesche Algebra mit einer dreielementigen Grundmenge gibt.

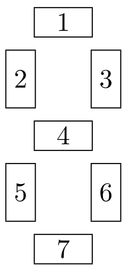
(b) Sei $\mathcal{B} = \langle B; +, *, \,'; 0, 1\rangle$ eine beliebige Boolesche Algebra und $x \sim y := x * y'$.
Beweisen oder widerlegen Sie:

i. $x + y = x + (y \sim x)$
ii. $x * (y \sim z) = (x * y) \sim (x * z)$
iii. $x + (y \sim z) = (x + y) \sim (x + z)$

20. Isomorphie von Mengen- und Schaltfunktionenalgebren $\boxed{\text{4 Punkte}}$

Seien $\mathcal{B} := ([\underline{2}^n \to \underline{2}]; +, *, '; \underline{0}, \underline{1})$ die Boolesche Algebra der n-stelligen Schaltfunktionen (siehe Aufgabe 17) und $\mathcal{M} := (\mathcal{P}(\underline{2}^n), \cup, \cap, ^{-}; \emptyset, \underline{2}^n)$ die Mengenalgebra mit der Grundmenge $\underline{2}^n$. Beweisen Sie die Isomorphie der beiden Algebren.

21. Siebensegmentanzeige $\boxed{\text{3 Punkte}}$



Geben Sie möglichst kostengünstige Terme für die Ansteuerung der Felder 1, 4 und 7 der nebenstehenden Siebensegmentanzeige an.
Liegen an den Adresseingängen die Dualzahlen 0000 ... 1001 an, zeigt die Siebensegmentanzeige die entsprechenden Dezimalziffern. Liegen die Dualzahlen 1010 ... 1111 an, so sollen die Zeichen A ... F dargestellt werden, wobei A, C, E und F als Großbuchstaben und b und d als Kleinbuchstaben angezeigt werden sollen.

B. Mündliche Aufgaben

22. Monome, Minterme, Implikanten

Sei $n \geq 1$. Ein Monom a heißt *Implikant* einer n-stelligen Schaltfunktion f, falls für die Schaltfunktion $f_a(x_1, \ldots, x_n) = a$ gilt: Für alle $b_1, \ldots, b_n \in \{0, 1\}$ ist

$$f_a(b_1, \ldots, b_n) \leq f(b_1, \ldots, b_n).$$

(a) Entscheiden Sie für jeden der folgenden Terme, ob er Monom, Minterm oder Implikant der nebenstehenden Schaltfunktion f ist. Mehrfachnennungen sind möglich.

   i. x'_1x_2
   ii. $x_1x_2x_3x_4$
   iii. x_3
   iv. $x_1x_3x'_4$
   v. $x_1 + x_2$

(b) Bestimmen Sie die DNF von f und vereinfachen Sie diese (durch Termumformungen) soweit wie möglich.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

23. NAND/NOR-Logik

(a) Formen Sie die folgenden Schaltfunktionen so um, dass sie ausschließlich mit den angegebenen Schaltgliedern realisiert werden können. Geben Sie jeweils die resultierende Schaltung an:

   i. $f_i(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x'_2)(x_1 + x'_3)$ mit (mehrstelligen) *NAND*-Schaltgliedern
   ii. $f_{ii}(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x'_1x'_3$ mit (mehrstelligen) *NOR*-Schaltgliedern

(b) Zeigen Sie, wie ein dreistelliges NAND mittels zweistelliger NAND-Schaltglieder realisiert werden kann.

24. CMOS-Transistorschaltungen

Welche Schaltfunktionen werden durch die folgenden CMOS-Transistorschaltungen realisiert?