



Übungen zur „Praktischen Informatik III“, WS 2008/09

Prof. Dr. R. Loogen · Fachbereich Mathematik und Informatik · Hans-Meerwein-Straße, D-35032 Marburg

Nr. 12 (letztes Blatt in der Wertung), Abgabe: 28. 01. 2009 vor der Vorlesung

28. β -Äquivalenzen

3 Punkte

Es seien

$$\begin{aligned} I &= \lambda x. x \\ K &= \lambda x y. x \\ S &= \lambda x y z. x z (y z) \\ B &= \lambda x y z. x (y z) \\ C &= \lambda x y z. x z y \end{aligned}$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) $S (K S) K \Leftrightarrow_{\beta}^* B$ / 1,5
 (b) $B (B I) (B K I) \Leftrightarrow_{\beta}^* C I$ / 1,5

29. Church-Zahlen

6 Punkte

Es sei $[n] := \lambda f. \lambda x. f^n x$ für $n \in \mathbb{N}$, wobei $f^0 x = x$ und $f^{n+1} x = f^n(f x)$ für $n \in \mathbb{N}$ sei.

- (a) Geben Sie geschlossene λ -Ausdrücke für die folgenden arithmetischen Operationen auf Church-Zahlen an (mit Begründung): / 3
 i. *Add* $[n] [m] \Rightarrow_{\beta}^* [n + m]$
 ii. *Mult* $[n] [m] \Rightarrow_{\beta}^* [n * m]$
 (b) Welche arithmetischen Operationen werden durch die folgenden λ -Ausdrücke definiert: / 3
 i. $\lambda n m f x. m n f x$
 ii. $\lambda n f x. n (\lambda y z. z (y f)) (K x) I$ mit $K = \lambda x y. x$ und $I = \lambda x. x$.

30. Fixpunktkombinatoren

3 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass für den Turingschen Fixpunktkombinator / 1

$$\Theta = (\lambda x y. y (x x y)) \lambda x y. y (x x y)$$

gilt: $\Theta E \Rightarrow_{\beta}^* E (\Theta E)$ für beliebige λ -Ausdrücke E .

- (b) Zeigen Sie, dass F mit der folgenden Definition ein Fixpunktkombinator ist, d.h. dass / 2
 $F E \Leftrightarrow_{\beta}^* E (F E)$ für beliebige λ -Ausdrücke E .

$$F = \underbrace{G G G \dots G}_{26}$$

$$G = \lambda a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z r.$$

r (das ist ein Fixpunktkombinator)