



## Übungen zur „Praktischen Informatik III“, WS 2008/09

Prof. Dr. R. Loogen · Fachbereich Mathematik und Informatik · Hans-Meerwein-Straße, D-35032 Marburg

### Nr. 13 (Bonusblatt), Freiwillige Abgabe: 04. 02. 2009 vor der Vorlesung

Die **Klausur** wird am

**Mittwoch, dem 11. Februar 2009 von 8.00 bis 10.00 Uhr im HG 7**

geschrieben. Es sind keine Hilfsmittel erlaubt. Mitzubringen ist lediglich Schreibzeug. Das Papier wird gestellt.

Die **Einsicht und Rückgabe** der Klausur findet am Donnerstag, dem 12. Februar 2009, von 16.15 bis 17.00 Uhr im HS III (Lahnberge) statt. Die **Nachholklausur** wird am Dienstag, dem 31. März 2009 von 10.00 Uhr bis 12.00 Uhr im Hörsaal IV auf den Lahnbergen geschrieben.

Zur **Vorbereitung** der Klausur können demnächst von der Vorlesungsseite Klausuren aus Vorjahren geladen werden. Diese sind nur lokal, d.h. von Fachbereichsrechnern zugänglich.

#### 31. Substitutionslemma

4 Punkte

Beweisen Sie für beliebige  $\lambda$ -Ausdrücke  $E, M, L \in \text{Exp}$  und Variablen  $x, y \in \text{Var}$  mit  $x \neq y$ ,  $x \notin \text{free}(L)$  und  $y \notin \text{free}(M)$ , dass gilt:

$$E[x/M][y/L] =_{\alpha} E[y/L][x/M].$$

Sie können voraussetzen, dass  $E[x/M] =_{\alpha} E$ , falls  $x \notin \text{free}(E)$  für beliebige  $E, M \in \text{Expr}$  und  $x \in \text{Var}$ .

#### 32. Alternative Zahlkodierung

5 Punkte

Mit dem Paarkombinator  $P = \lambda x y p.p x y$  und den Booleschen Kombinatoren  $\text{True} = \lambda x y.x$  und  $\text{False} = \lambda x y.y$  gilt:

$$P e_1 e_2 \text{True} \Rightarrow_{\beta}^* e_1 \quad \text{und} \quad P e_1 e_2 \text{False} \Rightarrow_{\beta}^* e_2$$

Alternativ zu den Church-Numeralen kann damit die nebenstehende Kodierung natürlicher Zahlen als Paare definiert werden. Geben Sie auf der Basis dieser Zahldarstellung  $\lambda$ -Ausdrücke für

$[0]$	$:= I$
$[n + 1]$	$:= P \text{False} [n]$

- (a) die Nachfolgerfunktion  $\text{succ}$  mit  $\text{succ} [n] \Rightarrow_{\beta}^* [n + 1]$  / 1
- (b) die Vorgängerfunktion  $\text{pred}$  mit  $\text{pred} [n + 1] \Rightarrow_{\beta}^* [n]$  / 1
- (c) den Test auf Null  $\text{iszero}$  mit  $\text{iszero} [0] \Rightarrow_{\beta}^* \text{True}$  und  $\text{iszero} [n + 1] \Rightarrow_{\beta}^* \text{False}$  / 1
- (d) die Addition  $\text{add}$  mit  $\text{add} [n] [k] \Rightarrow_{\beta}^* [n + k]$  an. / 2

Hinweis: Verwenden Sie einen Fixpunktkombinator!

#### 33. Monadische Programmierung

3 Punkte

Modifizieren Sie die in der Vorlesung vorgestellte Variante des monadischen Auswerters, der die Reduktionsschritte über eine Ausgabemonade protokolliert, so, dass das Protokoll unmittelbar auf der Standardausgabe ausgegeben wird.