Fachbereich Mathematik und Informatik
der Philipps-Universität Marburg
Stephan Dahlke
Manuel Werner

WS 2007/2008

5. Übungsblatt zur Vorlesung Computer Aided Geometric Design

Abgabe: Donnerstag, 10.01.2008, vor der Vorlesung

Aufgabe 12:

Man beweise Lemma 2.30 der Vorlesung: Es seien $[a,b]$, $[\bar{a},\bar{b}]$ Intervalle und

$$M_{j,k} := \sum_{i=\max\{0,j+k-n\}}^{\min\{j,k\}} B_i^j\left(\frac{\bar{b}-a}{b-a}\right) B_{k-i}^{n-j}\left(\frac{\bar{a}-a}{b-a}\right), \quad j,k=0,\ldots,n.$$

Dann gilt

i) $\sum_{k=0}^n M_{jk} = 1, \quad j=0,\ldots,n,$

ii) $[\bar{a},\bar{b}] \subset [a,b] \Rightarrow M_{jk} \geq 0, \quad j,k=0,\ldots,n.$

(4)

Aufgabe 13:

Man beweise Lemma 2.31 der Vorlesung: Falls $[\bar{a},\bar{b}] \subset [a,b]$, so gilt
$|(M^{-1})_{jk}| = (-1)^{j+k}(M^{-1})_{jk}, \quad j,k=0,\ldots,n.$

(4)

Aufgabe 14: *Unterteilung von Bézierpolynomen*

Implementieren Sie ein Funktion `split_bezier(b,x)`, welche die Bézierkurve zu den Koeffizienten `b` an den im Vektor `x` übergebenen Punkten unterteilt und die Kontrollkoeffizienten der lokalen Bézier-Darstellungen zurückgibt. Visualisieren Sie die Korrektheit Ihres Programmes anhand eines Beispiels Ihrer Wahl. (5)

Bitte wenden!

Aufgabe 15: *Zusammengesetzte Bézierkurven*

i) Geben Sie Bézierdarstellungen für $t \mapsto t^2$, $t \in [0, \frac{1}{2}]$ und $t \mapsto \frac{1}{4}$, $t \in [\frac{1}{2}, 1]$ an. Führen Sie für die zweite Funktion zwei Schritte der formalen Graderhöhung durch.

ii) Setzen Sie die beiden Kurven zu einer auf $[0, 1]$ einfach stetig differenzierbaren Kurve zusammen. Stellen Sie dabei sicher, dass die resultierende Kurve an der Stelle 1 den Wert $\frac{1}{4}$ annimmt und skizzieren Sie diese.

iii) Entwickeln Sie eine `octave/Matlab`–Funktion `join_bezier(b, I1, c, I2, l)`, welche die durch `b` und `c` gegebenen Bézierkurven mit einem C^l–Übergang, $l = 0, 1, 2$, zusammenfügt. In `I1` und `I2` sollen die jeweiligen Parameterintervalle übergeben werden. Testen Sie Ihr Programm mit Beispielen analog zu i) und ii).

(1+2+3)