

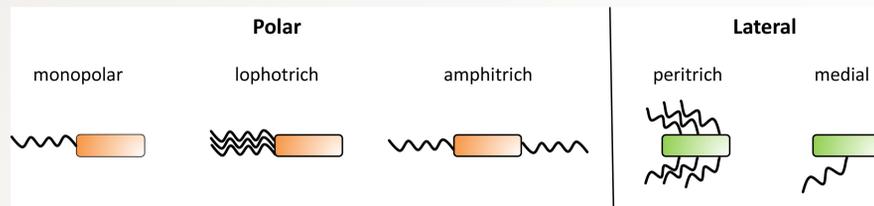
# Lokalisation von Flagellen in Bakterien

Anja Görlich, Jan Schuhmacher, Daniela Geist, Bernhard Schmitt, Gert Bange, Stephan Dahlke

SYNMIKRO und FB Mathematik und Informatik

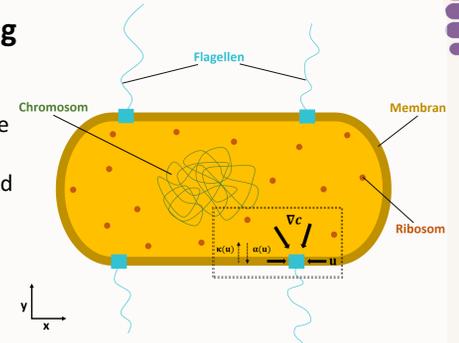
## Bakterielle Flagellierungsmuster

Viele Bakterien bilden zur Fortbewegung Flagellen aus, mit deren Hilfe sie sich durch Flüssigkeiten und auf Oberflächen bewegen können. Die Anzahl und Lokalisation der Flagellen auf der Zelloberfläche unterscheidet sich zwischen verschiedenen Spezies deutlich, allerdings existieren in der Natur nur eine Handvoll Flagellierungsmuster. Die Ausbildung des korrekten Musters ist essentiell für die Motilität der Bakterien und unterliegt einer komplexen Regulation. In *Bacillus subtilis* und anderen gram-positiven Bakterien übernehmen FlhF und FlhG diese Funktion, deren Deletionen zu Mislokalisierung der Flagellen führen (1).

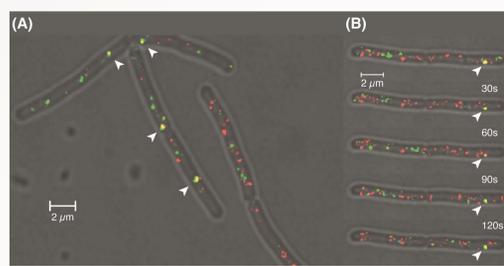


## Mathematische Modellierung

- **Biologische Grundannahmen**
  - Modellierung durch positive Dichte von Flagellenprotein
  - Protein entsteht im Zellinneren und baut sich in Zellmembran ein
  - Massenerhaltung des Proteins
- **Modellierungsansatz**
  - Modellierung im rechteckigen Ausschnitt am Zellrand
  - Aktiver unterer Rand mit Übergang zur Zellmembran
  - Im Zellinneren: Diffusion
  - In Zellmembran: Diffusion, Zu- und Abflussraten steuern Flagellenaufbau, „Metropolenmodell“ führt zu Mindestabstand



## Co-Lokalisation der Basalkörper mit FlhG

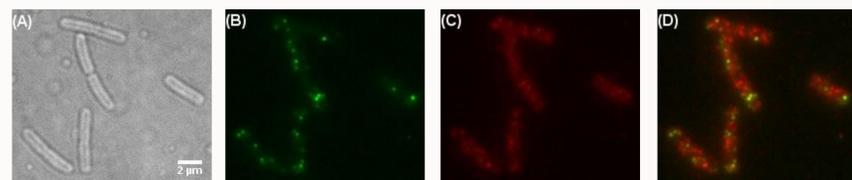


FlhG und FlhM als Fluoreszenz-fusionsproteine zeigen eine partielle Co-Lokalisation.

Nach der Zellteilung konnte ein alternierendes Muster von alten und neuen Flagellen beobachtet werden.

(2)

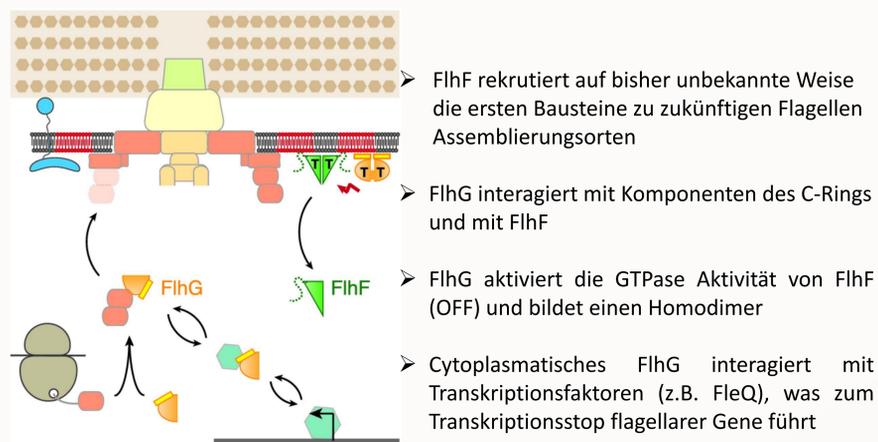
## Vererbung und Neubildung von Flagellen nach der Zellteilung



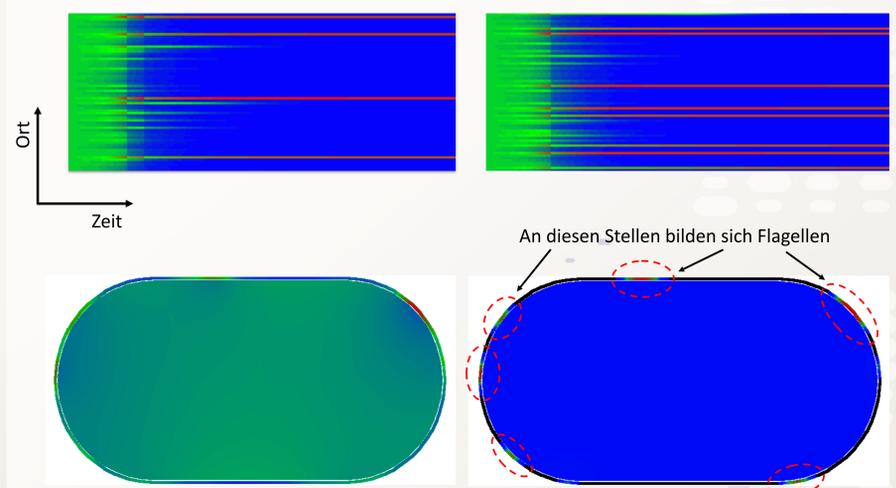
## Mathematisches Modell

- Konzentrationen:  $c$  im Zellinneren,  $u$  in Zellmembran
- Diffusionskonstanten:  $D$  im Zellinneren,  $\varepsilon \ll D$  in Zellmembran
- Reaktionsterme: Zuflussrate  $\alpha(u) > 0$  mit Sättigung, Abflussrate  $\kappa(u) > 0$
- System von partiellen Differentialgleichungen
  - $\frac{\partial}{\partial t} c(x, y, t) = D \Delta c(x, y, t)$  (im Zellinneren)
  - $\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) = \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) + \alpha(u)c(x, 0, t) - \kappa(u)u(x, t)$  (Membran)
- Randbedingungen:
  - am oberen Rand keine Verluste
  - 1-periodisch in x-Richtung
  - Proteineinbau in die Membran durch:
    - $D \frac{\partial}{\partial y} c(x, 0, t) = \alpha(u)c(x, 0, t) - \kappa(u)u(x, t), \quad x \in (0, 1)$

## Zusammenfassendes Modell der aktuellen Kenntnisse



## Anreicherung der Proteine in der Membran



1. Schuhmacher JS, Thormann KM, Bange G: How bacteria maintain location and number of flagella? FEMS Microbiol. Rev. 2015
2. Schuhmacher JS, Rossmann F, Dempwolff F, Knauer C, Altegoer F, Steinchen W, Dörrich AK, Klingl A, Stephan M, Linne U, et al.: MinD-like ATPase FlhG effects location and number of bacterial flagella during C-ring assembly. Proc. Natl. Acad. Sci. 2015, 112:201419388.