

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS	iii
EINLEITUNG : Motivation	vii
1 REELLE ZAHLEN	1
1.1 Die Menge der reellen Zahlen \mathbb{R}	2
Grundeigenschaften der reellen Zahlen	3
1.2 Wichtige Teilmengen von \mathbb{R}	5
1.3 Verhältnissgleichungen	7
1.4 Prozentrechnung	8
1.5 Potenzen	10
1.6 Geometrische Summenformel	12
1.7 Wurzeln	14
1.8 Kombinatorik	17
1.9 Binomialformel : Berechnung von $(a + b)^n$	21
2 FUNKTIONEN	23
2.1 Der Funktionsbegriff	24
2.2 Einfache Klassen von Funktionen	28
Affine Funktionen	28
Potenzfunktionen	29
Polynome	30

INHALTSVERZEICHNIS

	Quadratische Funktionen	30
	Rationale Funktionen	31
	Betragsfunktion	32
	Umgekehrte Proportionalität.	32
2.3	Umkehrfunktionen	33
2.4	Variablenänderungen	36
	Verkettung von Funktionen	38
3	EXPONENTIAL- UND LOGARITHMUS-FKT.	39
3.1	Exponentialfunktion	40
3.2	Logarithmusfunktion	44
3.3	Allgemeine Potenzen und Logarithmen	47
3.4	Graphische Bestimmung von Konstanten	49
4	TRIGONOMETRISCHE FUNKTIONEN	53
4.1	Periodische Vorgänge	54
4.2	Eigenschaften der Cosinus- und Sinus-Funktion	56
4.3	Gradmaß	58
4.4	Die Umkehrfunktionen \cos^{-1} , \sin^{-1} und \tan^{-1}	61
4.5	Polarkoordinaten	64
4.6	Kurven	67
	Archimedische Spirale	67
	Logarithmische Spirale	67
5	GRENZWERTE	69
5.1	Der Begriff des Grenzwertes	70
5.2	Standardbeispiele für Grenzwerte	72
5.3	Rechenregeln für Grenzwerte	75
5.4	Stetige Funktionen	77
5.5	Weitere Beispiele für Grenzwerte	79

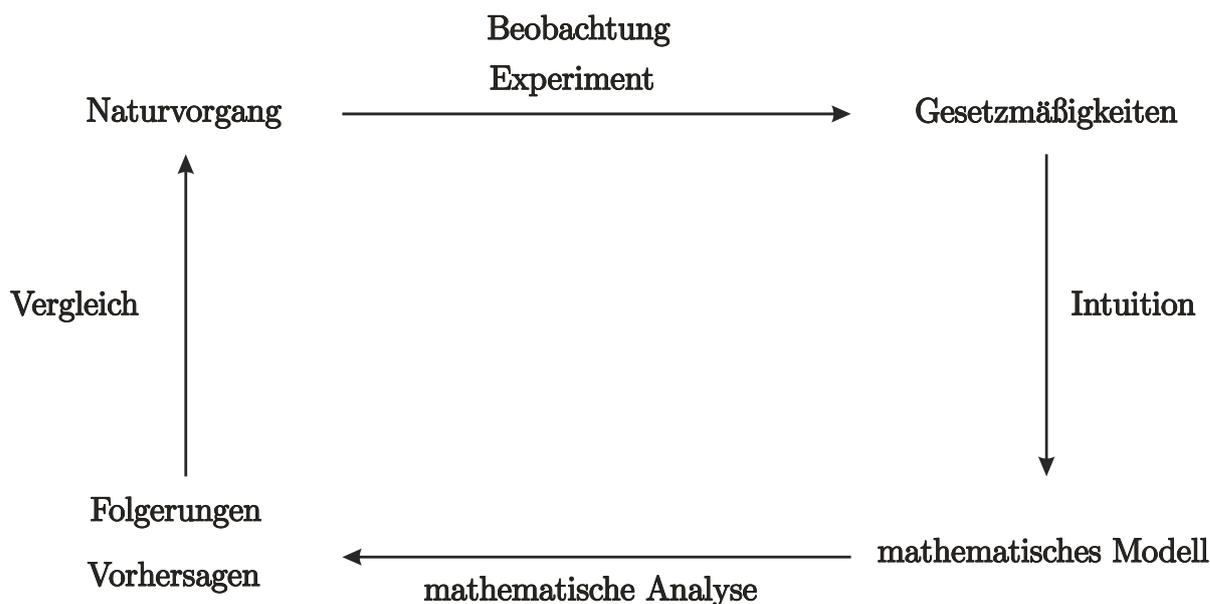
5.6	Folgen und Reihen	81
	Geometrische Reihe	82
6	DIFFERENTIATION	83
6.1	Ableitung	84
6.2	Berechnung von Ableitungen	87
6.3	Monotonie und Extrema	91
6.4	Höhere Ableitungen	94
7	INTEGRATION	97
7.1	Additive Prozesse	98
7.2	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	101
7.3	Partielle Integration	105
7.4	Substitutionsregel	107
7.5	Partialbruchzerlegung	109
7.6	Uneigentliche Integrale	110
8	DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	113
8.1	Modellbildung durch Differentialgleichungen	114
8.2	Die lineare Differentialgleichung	116
8.3	Modell für Chemikalien-transport	117
8.4	Die autonome Differentialgleichung	120
	Die Vermehrung von Hefezellen	122
8.5	Das Räuber-Beute Modell von Lotka-Volterra	126
9	WAHRSCHEINLICHKEITS-RÄUME	129
9.1	Stichproben-Raum	130
9.2	Wahrscheinlichkeit	132
9.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit	134
9.4	Unabhängigkeit	136

INHALTSVERZEICHNIS

10 VERTEILUNGEN	139
10.1 Zufallsvariable	140
10.2 Erwartungswert und Varianz	142
10.3 Binomial-Verteilung	144
10.4 Poisson-Verteilung	146
11 DIE NORMAL-VERTEILUNG	149
11.1 Definition der Normal-Verteilung	150
11.2 Berechnung der Normal-Verteilung	155
11.3 Normal- und Binomial-Verteilung	157

EINLEITUNG : Motivation

Für die Auseinandersetzung des modernen Menschen mit seiner Umwelt ist die mathematische Beschreibung ein an Wirksamkeit ständig zunehmendes Hilfsmittel geworden. Der Naturwissenschaftler abstrahiert den Naturvorgang zu einem Experiment, das möglichst von allem Unwichtigen befreit ist, um nur eine einfache Frage an die Natur zu stellen. So wird die systematische und planmäßige Untersuchung von Vorgängen im Bereich der unbelebten und belebten Natur ermöglicht und die Mathematik liefert das Werkzeug zur Formulierung der dabei gefundenen Gesetzmäßigkeiten. Durch Intuition kommt er zu einem mathematischen Modell. Mit ihm ist er dann in der Lage, Folgerungen zu schließen. Die Interpretation läßt ihn dann den Naturvorgang weiter betrachten und der beschriebene Regelkreis wird von neuem durchlaufen:



BEISPIEL 1 Planetenbewegungen

Beobachtungen : Messungen von Tycho Brahe.

Gesetzmäßigkeiten : Keplersche Gesetze.

mathematisches Modell : Newton's Mechanik.

mathematische Analyse : Differential- und Integralrechnung.

Vorhersagen : Künstliche Satelliten.

BEISPIEL 2 Vererbung

Beobachtungen : Kreuzungsexperimente von Mendel.

Gesetzmäßigkeiten : Mendelsche Regeln.

mathematisches Modell : Theorie der Erbanlagen.

mathematische Analyse : u.a. Statistik.

Vorhersagen : von Erbkrankheiten, Züchtung.

Mathematische Modelle werden häufig unter vereinfachenden Annahmen erstellt. Demnach hat ein Modell einen begrenzten Erfahrungsbereich und nur dort ist es als Approximation der Wirklichkeit brauchbar. Je nach Fragestellung müssen die Annahmen erweitert oder korrigiert werden (ein Beispiel dafür ist die Entwicklung der Vererbungslehre).

Im folgenden sollen die mathematische Grundlagen zur Behandlung einfacher Modelle für biologische Vorgänge entwickelt werden. Dabei wird auf mathematische Strenge verzichtet; im Vordergrund stehen Anwendungsbeispiele und die Behandlung der wichtigsten Techniken.