Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2015/16**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. B. Schmitt, B. Küster

Übungen zur Linearen Optimierung
5. Aufgabenblatt

Allgemeine Hinweise für dieses Blatt: 1.) Wenn eine Entscheidung getroffen werden muss, in der es darum geht einen Index auszuwählen, dann soll dieses Mal folgende Regel gelten: wähle den Index aus, der das größte Pivotelement liefert. Falls es mehrere solche gibt, wähle davon den kleinst möglichen.
2.) Ein Optimierungsproblem zu *lösen* soll hier immer bedeuten, auch tatsächlich die Optimallösung als Vektor anzugeben.

Aufgabe 1 Formen Sie das Lineare Programm (4)

$$\begin{aligned} \max\ -3x_1 + 4x_2 + 3x_3 & & \\ x_1 - 2x_2 - x_3 &\geq -3 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 5 \\ -6x_1 + 3x_2 + x_3 &\geq -6 \\ -5x_1 + x_2 - 3x_3 &\leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

in die Standardform (LP3) um und lösen Sie es mit dem Simplex-Tableau-Verfahren, wobei Sie als Startbasis die Untermatrix verwenden, die zu den eingeführten Schlupfvariablen gehört.

Aufgabe 2 Bestimmen Sie für das folgende Lineare Programm eine zulässige Startbasis, indem Sie die Anlaufrechung (Phase I) für das Simplex-Tableau-Verfahren durchführen. Verifizieren Sie, dass die erhaltene Matrix tatsächlich eine zulässige Basislösung ist. (3)

$$\begin{aligned} \min 3x_1 - x_2 - 2x_4 & & \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 3 Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem der Form (LP3) mit der Zwei-Phasen-Methode in der Tableau-Version. Ein Umschalten auf Phase II ist dabei einfach möglich, wenn man während der Anlaufrechnung (Phase I) mit zwei „Steuerzeilen" arbeitet, welche einerseits mit dem ursprünglichen, erweiterten Zielvektor $(c^T, 0^T)$, andererseits dem Gewinnvektor $(-\mathbb{1}^T A, 0^T)$ zum Hilfszielvektor $(0^T, \mathbb{1}^T)$ initialisiert werden. Beim Basiswechsel formt man beide um und streicht die Hilfs-Steuerzeile nach Ende der Phase I. (4)

$$
\begin{aligned}
\min -x_1 - 2x_2 - 3x_4 & \\
-x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 &= 0 \\
x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 &= 10 \\
-2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 2 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Abgabe: Donnerstag, 19.11.15, vor der Vorlesung.