Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2015/16**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. B. Schmitt, B. Küster

Übungen zur Linearen Optimierung
9. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 Zu $a \geq 0$ wird die Menge (3)

$$M_a := \{x \in \mathbb{R}^n : \; x_n \geq \sqrt{a^2 + x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2}\}$$

betrachtet. Zeigen Sie

a) dass M_0 ein konvexer Kegel ist,

b) dass für alle $a \geq 0$ gilt $O^+(M_a) = M_0$, wenn man (3.4.2) als Definition des Ausdehnungskegels zugrunde legt.

Aufgabe 2 Betrachten Sie die Vektoren (3)

$$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \;\; x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \;\; \text{und} \;\; x^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Es sei $K = \text{keg}(x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)})$. Bestimmen Sie eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, so dass K dem Ausdehnungskegel $O^+(X)$ eines Polyeders $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : Ax \geq b\}, \; b \in \mathbb{R}^3$, entspricht.

Aufgabe 3 Es seien $M, N \subseteq \mathbb{R}^n$ nichtleere Mengen und $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. (4)

a) Zeigen Sie folgende Rechenregeln für Polarkegel:

$$M \subseteq N \Rightarrow N^* \subseteq M^*,$$

$$(M \cup N)^* = M^* \cap N^*,$$

$$(\lambda M)^* = \text{sign}(\lambda) M^*.$$

b) Bestimmen Sie den Polarkegel $(\mathbb{R}^n_+)^*$ mit $\mathbb{R}^n_+ = \{x \in \mathbb{R}^n : x_j \geq 0 \; \forall j \in \{1, \ldots, n\}\}$.

Abgabe: Donnerstag, 17.12.15, vor der Vorlesung.