Philipps-Universität Marburg
Fb Mathematik u. Informatik

Prof. Dr. Hajo Holzmann
Florian Schwaiger

6. Übungsblatt zur Mathematischen Statistik
SS 2011

keine Abgabe, Lösungen werden am 27.06.2011 in der Übung besprochen

Aufgabe 1

Sei $X := (X_1, \dots, X_n)$ eine u.i.v. Stichprobe der Bernoulliverteilung mit Parameter $p \in (0, 1)$. Zeigen Sie, dass

$$\hat{\gamma}(X) := \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n-1} - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i)^2}{n\,(n-1)}$$

der UMVUE Schätzer für $\gamma(p) := p\,(1-p)$ ist.

Aufgabe 2

Sei $X := (X_1, \dots, X_n)$ eine u.i.v. Stichprobe der Normalverteilung mit bekannter Varianz $\sigma_0^2 > 0$ und unbekanntem Erwartungswert $\mu \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie den UMVUE Schätzer für μ^3.

Hinweis: Für die Aufgaben 1 und 2 können Sie folgenden Satz bereits verwenden: Sei $(P_\theta)_{\theta \in \Theta}$ mit $\Theta \subset \mathbb{R}^k$ eine k-parametische Exponentialfamilie mit natürlicher suffizienter Statistik T und natürlichem Parameter $\theta \in \Theta$, d.h.

$$L(\theta, x) = \frac{dP_\theta}{d\nu} = c(\theta)\ \exp(\theta^T T(x))\ h(x).$$

Hat Θ ein nicht leeres Inneres, dann ist T suffizient und vollständig.

Aufgabe 3

Sei X eine gleichverteilte Zufallsvariable auf dem Intervall $(\theta, \theta + 1)$ mit $\theta \in \mathbb{R}$. Ist $T(X) := X$ vollständig?

Hinweis: Betrachten Sie die Funktion $f(x) := \cos(2\pi x)$.