Übungen zur vertiefenden mathematischen Statistik

Blatt 4

Abgabe: Montag, 13.05.2013 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (V) Seien $X_1, \dots, X_n$ u.i.v. d -dimensionale Zufallsvektoren, $n \leq d$. Es gelte $P_{X_1} \ll \lambda^d$. Zeigen Sie: $X_1, \dots, X_n$ sind fast sicher linear unabhängig.

Aufgabe 2 Seien $X_1, \dots, X_n$ u.i.v. Zufallsvariablen. Mit $X_{(k)}$ bezeichnen wir die k -te Ordnungsstatistik, d.h. den k -größten Wert in der Stichprobe. Insbesondere sind $X_{(1)}$ das Minimum und $X_{(n)}$ das Maximum der Stichprobe.

- i) Leiten Sie Formeln für die Verteilungsfunktion und die Dichte von $X_{(k)}$ in Abhängigkeit von der Verteilungsfunktion und Dichte von X_1 her.
- ii) Vereinfachen Sie die Formeln für die Spezialfälle $k = 1$ und $k = n$.

Aufgabe 3

- i) Parameterisieren Sie die Dichte der univariaten Normalverteilung in dem natürlichen Parameter q .
- ii) Berechnen Sie für X normalverteilt

$$\mathbb{E}_q T(X)$$

in Abhängigkeit von dem natürlichen Parameter q ohne bekannte Formeln für Momente zu benutzen. Hierbei beschreibt T die natürliche suffiziente Statistik.